"integral"im sıfır diyenlere

"integral"e sıfırdan başlamak isteyenlere

İNTEGRAL sıfır

Orhan ÇANAKÇI

KAREKÖK

YOL HARİTASI

I.	**BELİRSİZ İNTEGRALE GİRİŞ**	**Türev kurallarını iyi biliyorsanız burayı çok hızlı geçeceksiniz. Ben zaten integral alabiliyormuşum diyeceksiniz.**
II.	**İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ**	**"Değişken Değiştirme" "Kısmi İntegrasyon" "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemlerini kullanarak ilk bölümde yaptıklarınızı tekrar edeceksiniz.**
III.	**BELİRLİ İNTEGRAL**	**I. ve II. bölümleri iyi anlamışsanız bu bölümün nasıl bittiğini anlamayacaksınız. Çünkü her şey çok belirli.**
IV.	**İNTEGRAL İLE ALAN VE HACİM HESABI**	**İntegralin ne işe yaradığını göreceksiniz, iyi ki İNTEGRALİ öğrenmişim diyeceksin.**

Üniversite Hayatınızda Başarılar...

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırma soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

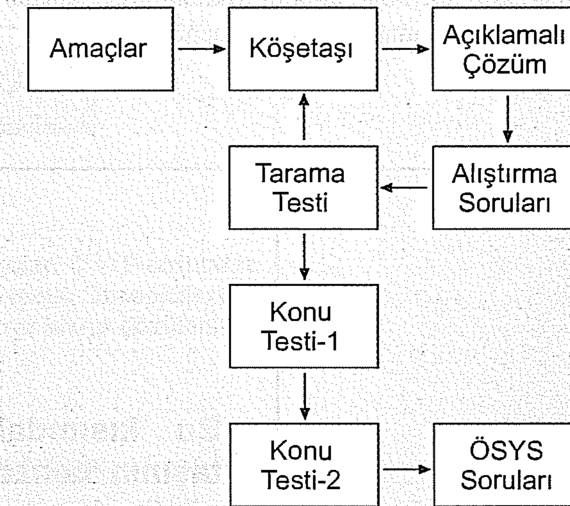
AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ALIŞTIRMA SORULARI açıklamalı çözüm bölümünden sonra verildi. Bu sorularla köşetaşının öğrencide oluşturduğu edimsel koşullanmayı pekiştirmek amaçlandı.

TARAMA TESTİ, her konunun sonunda köşetaşları ile birebir ilişkili olarak verildi. Bir konudaki köşetaşı sayısı ile tarama testinin soru sayısı birbirine eşittir. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır. Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTLERİ, selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet sürücüsünün selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI, öğrencinin hedefi olan bu soruları görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.



bölüm numarası → 5.17 ← 5. bölümün 17. köşetaşı

köşetaşı *bölümün (konunun) adı*

Her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşları oluşturulurken lise müfredatı dikkatle incelenmiş, sınırları belirlenmiştir. Üniversiteye giriş sınavı soruları; konu dağılımı, soru tipi ve seviyesi, öğrenciden istenen yaklaşım tarzları göz önüne alınarak analiz edilmiştir. Köşetaşlarını özümseyerek çözen bir öğrencinin sınavda çıkmış ve çıkabilecek soruları çözebileceği kanaatindeyiz. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının somut bir dizin haline getirilmesidir.

açıklamalı çözüm

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM kısmında öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir bölümün (konunun) bu kısımlarında anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

ARTIK!
"–ÇÖZMEK İSTEDİM,
AMA ÇÖZEMEDİM Kİ!"
deyip test çözmeyi bırakmak yok!!

Bu kısımdaki sorular köşetaşının benzerleridir. Açıklamalı çözüm kısmında da hem anlatım hem de çözüm yapıldığından
YUKARI BAK veee
SORUYU ÇÖZ!!

karekök

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

BÖLÜM 1

Belirsiz İntegrale Giriş

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Ters türev kavramını açıklar.
2. Polinom tipi fonksiyonun integralini alır.
3. Köklü fonksiyonun integralini alır.
4. Negatif kuvvete sahip ifadelerin integralini alır.
5. Toplanan ve çıkarılan fonksiyonları ayrıştırarak integral alır.
6. $y = \cos(ax + b)$ fonksiyonunun integralini alır.
7. $y = \sin(ax + b)$ fonksiyonunun integralini alır.
8. $y = \cos^2 x$ ve $y = \sin^2 x$ fonksiyonlarının integralini alır.
9. Ters dönüşüm formüllerini kullanarak integral alır.
10. $y = 1 + \tan^2 x$ fonksiyonunun integralini alır.
11. $y = 1 + \cot^2 x$ fonksiyonunun integralini alır.
12. $y = a^x$ fonksiyonunun integralini alır.
13. $y = \frac{1}{ax+b}$ fonksiyonunun integralini alır.
14. Türevi verilen fonksiyonun integral sabitini hesaplar.
15. Belirsiz integralin türevini alır.

köşetaşı

Aşağıdakilerden hangisinin x e göre türevi $3x^2$ değildir?

A) x^3 B) $x^3 + 2$ C) $x^3 - 1$ D) $x^3 - 2$ E) $x^3 + x$

açıklamalı çözüm

Türevi bilinen bir fonksiyonu bulmaya "İntegral alma" denir.

x^3, $x^3 + 2$, $x^3 - 1$, $x^3 - 2$ fonksiyonlarının türevi $3x^2$ dir. Bir başka deyişle bu fonksiyonlar $3x^2$ nin ters türevi yani integralidir. Sabitin türevi sıfır olduğu için $3x^2$ nin integrali $x^3 + c$ dir. c ye integral sabiti denir.

$$x^3 + c \underset{\text{İNTEGRAL}}{\overset{\text{TÜREV}}{\rightleftarrows}} 3x^2$$

Matematikçesi;

$$\int 3x^2 \, dx = x^3 + c$$

İntegral sembolü → $\int$; $3x^2$ → fonksiyonun türevi; dx → Türev x'e göre alınmış; $x^3 + c$ → istenilen fonksiyon (integral)

"$x^3 + x$" fonksiyonunun türevi $3x^2 + 1$ olduğundan cevap "E" seçeneğidir.

1. **"x e göre türevi 2x olan fonksiyon nedir?" ifadesine aşağıdakilerden hangisi karşılık gelir?**

A) $\int 2x \, dy$ B) $\int x^2 \, dx$ C) $\int (2x + c) \, dx$

D) $\int 2x \, dx$ E) $\int 2 \, dx$

2. $\int 4x \, dx = f(x)$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

A) $f'(x) = 4x$ B) $f(x) = 4x + c$

C) $f'(x) = 2x^2$ D) $f(x) = 2x^2$

E) $f(x) = 2x^2 - 2$

3. $\int 4x^3 \, dx = x^4 + c$

eşitliği için aşağıdakilerden hangisi daima doğru değildir?

A) Türev x e göre alınmıştır.

B) c integral sabitidir.

C) "$x^4 + c$" nin türevi $4x^3$ tür.

D) c pozitif gerçel sayıdır.

E) "$x^4 + c$" , $4x^3$ ün integralidir.

4. $\frac{dy}{dx} = 3$

eşitliğinde y yi bulmak için aşağıdakilerden hangisi yapılmalıdır?

A) $\int 3x \, dx$ B) $\int 3 \, dy$ C) $\int 3 \, dx$

D) $\int 3x \, dy$ E) $\int \frac{3}{dx}$

karekök

D	A	D	C

köşetaşı

$\int 8x^3 \, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

$$\int a \cdot x^n \, dx = a \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

Kuralımız der ki;

I) a katsayısına sakın dokunma

II) x in derecesi n i 1 artır, n + 1 yap

III) Sonra $a.x^{n+1}$ ifadesini n + 1 ile böl.

IV) İntegral sabitini (c) asla unutma.

$$\int 8x^3 \, dx = 8 \cdot \frac{x^{3+1}}{3+1} + c = 8 \cdot \frac{x^4}{4} + c = 2x^4 + c$$

DİKKAT

$\int dx = \int 1 \, dx = x + c$

$\int a \, dx = ax + c$

$\int a \, dt = at + c$

$\int x \, dt = xt + c$

1. $\int 6x^2 \, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2 + c$ B) $2x^3 + c$ C) $6x^3 + c$

D) $3x^3 + c$ E) $12x + c$

2. $\int 5a^4 \, da$

integralinin eşiti nedir?

A) $x^5 + c$ B) $a^5 + c$ C) $20x^3 + c$

D) $20a^3 + c$ E) $4a^5 + c$

3. $\int 10 \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $10 + c$ B) $10c$ C) $10x + c$

D) $10a + c$ E) $5x^2 + c$

4. $\int 2x \, dt$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 + c$ B) $t^2 + c$ C) $2t + c$

D) $2xt + c$ E) $2t^2 + c$

karekök

B	B	C	D

köşetaşı

$\int 3\cdot\sqrt{x}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int a\sqrt[n]{x^m}\,dx=\int a\cdot x^{\frac{m}{n}}\,dx=a\cdot\frac{x^{\frac{m}{n}+1}}{\frac{m}{n}+1}+c$$

Dikkat edilirse bu kural bir önceki köşetaşında verilen kuralın aynısıdır. Köklü ifadeyi önce üslü (kuvvetli) yaptık sonra kuvveti 1 artırıp artırılmış kuvvete böldük.

$$\int 3\sqrt{x}\,dx=\int 3x^{\frac{1}{2}}\,dx=3\cdot\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+c=3\cdot\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+c=2x^{\frac{3}{2}}+c=2\sqrt[2]{x^3}+c=2\sqrt[2]{x^2\cdot x}+c=2x\sqrt{x}+c$$

1. $\int 4\sqrt[3]{x}\,dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $\sqrt[4]{x^3}+c$

B) $4x\sqrt[3]{x}+c$

C) $3x\sqrt[3]{x}+c$

D) $x\sqrt[3]{x}+c$

E) $3x\sqrt{x^3}+c$

2. $\int 5x\sqrt{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2x^{\frac{5}{2}}+c$

B) $2x^{\frac{2}{5}}+c$

C) $10x^{\frac{5}{2}}+c$

D) $10x^{\frac{2}{5}}+c$

E) $2x^{\frac{2}{3}}+c$

3. $\int \frac{6x}{\sqrt{x}}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $4x^{\frac{2}{3}}+c$

B) $6x^{\frac{3}{2}}+c$

C) $4x^{\frac{3}{2}}+c$

D) $x^{\frac{3}{2}}+c$

E) $x^{\frac{2}{3}}+c$

4. $\int 6a\sqrt{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $4ax\sqrt{x}+c$

B) $4x\sqrt{a}+c$

C) $2ax\sqrt{x}+c$

D) $2xa\sqrt{a}+c$

E) $2a^2x\sqrt{x}+c$

karekök

C	A	C	A

köşetaşı

$\int \frac{4}{x^3}\,dx$ **integralinin sonucu nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{a}{x^n}\,dx=\int a\cdot x^{-n}\,dx=a\cdot\frac{x^{-n+1}}{-n+1}+c\quad(n\neq 1)$$

Görüldüğü gibi değişen bir şey yok. x in kuvveti kesirli olmuş, negatif olmuş hiç fark etmiyor. Kuvveti hep 1 artırıp sonra bölüyoruz.

$$\int \frac{4}{x^3}\,dx=\int 4x^{-3}\,dx=4\cdot\frac{x^{-3+1}}{-3+1}+c=-2x^{-2}+c=-\frac{2}{x^2}+c$$

1. $\int -\frac{1}{x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{x}+c$

B) $-\frac{1}{x}+c$

C) $\frac{2}{x}+c$

D) $-\frac{2}{x}+c$

E) $\frac{1}{x^2}+c$

2. $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $\sqrt{x}+c$

B) $4\sqrt{x}+c$

C) $2\sqrt{x}+c$

D) $\frac{2}{x}+c$

E) $\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

3. $\int \frac{\sqrt{x}}{2x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{x}+c$

B) $2\sqrt{x}+c$

C) $\frac{1}{\sqrt{x}}+c$

D) $\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

E) $x+c$

4. $\int \frac{x^{11/6}}{\sqrt{x}\cdot\sqrt[3]{x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^2}+c$

B) $\frac{1}{x}+c$

C) $2x+c$

D) $\frac{x^2}{2}+c$

E) x^2+c

karekök

A	C	A	D

köşetaşı

$\int \left(3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2\right)dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int (u(x) \pm v(x))\,dx = \int u(x)\,dx \pm \int v(x)\,dx$$

İntegral sembolü içinde birden çok fonksiyon toplanmış ya da çıkarılmış ise integral alınırken herbirinin ayrı ayrı integrali alınır ve sadece bir tane integral sabiti yazılır.

$$\int \left(3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2\right)dx = \int 3x^2dx + \int \frac{1}{2\sqrt{x}}dx - \int 2dx$$

$$= x^3 + \sqrt{x} - 2x + c$$

1. $\int \left(12x^3 - \frac{4}{x^3}\right)dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^4 + 2x^2 + c$
B) $3x^4 - 2x^2 + c$
C) $3x^4 + \frac{2}{x^2} + c$
D) $3x^4 - \frac{2}{x^2} + c$
E) $3x^4 + x^{-2} + c$

2. $\int (3x+2)(x-2)dx$

integralinin eşiti nedir?

(Dikkat: Kural çarpma için geçerli değil, önce çarpmayı yapınız.)

A) $x^3 - 2x^2 - 4x + c$
B) $x^3 + 2x^2 + 4x + c$
C) $x^3 + 2x^2 - 4x + c$
D) $x^3 - 2x^2 + 4x + c$
E) $x^3 - 2x^2 - 2x + c$

3. $\int \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx$

integralinin eşiti nedir?

(Dikkat: Kural bölme için geçerli değil, önce bölmeyi (sadeleştirme) yapınız.)

A) $\frac{3}{2}x\sqrt{x} + x + c$
B) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + x + c$
C) $\frac{2}{3}\sqrt{x} + x + c$
D) $\frac{3}{2}\sqrt{x} + x + c$
E) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - x + c$

4. $\int \frac{6x^3 + 4x^2 + 1}{x^2}dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2 + 4x - \frac{1}{x} + c$
B) $3x^2 + 4x + \frac{1}{x} + c$
C) $6x^2 + 2x - \frac{1}{x} + c$
D) $6x^2 + 4x + \frac{1}{x} + c$
E) $3x^2 - 4x - \frac{1}{x} + c$

karekök

C	A	B	A

köşetaşı

$\int \cos 2x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \cos(ax+b)\,dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + c$$

$y = \sin(ax+b) \Rightarrow y' = a \cdot \cos(ax+b)$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eşitliğin sağ tarafında sin(ax + b) yi niçin a ya böldüğümüzü daha kolay anlarız.

$$\int \cos 2x\,dx = \frac{\sin 2x}{2} + c$$

1. $\int \cos(4x-1)dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin 4x + c$
B) $\frac{\sin 4x}{4} + c$
C) $\frac{\sin(4x-1)}{4} + c$
D) $\frac{\cos(4x-1)}{4} + c$
E) $\frac{\cos 4x}{4} + c$

2. $\int 6\cos 3x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6\sin 3x + c$
B) $3\sin 3x + c$
C) $-3\sin 3x + c$
D) $-2\sin 3x + c$
E) $2\sin 3x + c$

3. $\int \cot 2x \cdot \sin 2x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin 2x + c$
B) $2\sin 2x + c$
C) $\cos 2x + c$
D) $\frac{1}{2}\sin 2x + c$
E) $\frac{1}{2}\cos 2x + c$

4. $\int \frac{1+\cos 2x}{2}dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$
B) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + c$
C) $\frac{x}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + c$
D) $x + \sin 2x + c$
E) $\frac{x}{2} + \sin 2x + c$

karekök

C	E	D	A

köşetaşı

$\int \sin 2x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \sin(ax+b)dx = -\frac{\cos(ax+b)}{a}+c$$

$y = \cos(ax+b) \Rightarrow y' = -a\sin(ax+b)$

olduğunu hatırlarsak verilen kuralda eşitliğin sağ tarafındaki cos(ax + b) nin önündeki – işaretini ve niçin a ya bölündüğünü anlayabiliriz.

$$\int \sin 2x\,dx = -\frac{\cos 2x}{2}+c$$

1. $\int \sin(2x-1)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2}\cos(2x-1)+c$ B) $\frac{1}{2}\cos(2x-1)+c$

C) $-\cos(2x-1)+c$ D) $2\cos(2x-1)+c$

E) $-2\cos(2x-1)+c$

2. $\int 4\sin(1-2x)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\cos(1-2x)+c$ B) $2\cos(1-2x)+c$

C) $\cos(1-2x)+c$ D) $-\cos(1-2x)+c$

E) $2\cos\left(\frac{x+1}{2}\right)+c$

3. $\int \sin\left(\frac{x+1}{2}\right)dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x+1}{2}\right)+c$ B) $\frac{1}{2}\cos\left(\frac{x+1}{2}\right)+c$

C) $-\frac{1}{2}\sin 2x+c$ D) $-2\cos\left(\frac{x+1}{2}\right)+c$

E) $2\cos\left(\frac{x+1}{2}\right)+c$

4. $\int \sin x\cdot\cos x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: sin2x = 2sinx·cosx)

A) $-\frac{1}{2}\cos 2x+c$ B) $\frac{1}{2}\cos 2x+c$

C) $-\frac{1}{2}\sin 2x+c$ D) $-\frac{1}{4}\cos 2x+c$

E) $\frac{1}{4}\cos 2x+c$

karekök

A	B	D	D

köşetaşı

$\int \cos^2 x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \cos^2 x\,dx = \int \frac{1+\cos 2x}{2}dx$$
$$= \frac{1}{2}\int (1+\cos 2x)\,dx$$
$$= \frac{1}{2}\left(x+\frac{\sin 2x}{2}\right)+c$$

HATIRLATMA

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

1. $\int 2\sin^2 x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x-\sin 2x+c$ B) $x-\frac{\sin 2x}{2}+c$

C) $x+\frac{\sin 2x}{2}+c$ D) $x-\frac{\cos 2x}{2}+c$

E) $x+\frac{\cos 2x}{2}+c$

2. $\int 2\cos^2 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x+\frac{\sin 4x}{4}+c$ B) $x-\frac{\sin 4x}{4}+c$

C) $x-\frac{\cos 4x}{4}+c$ D) $x+\frac{\cos 4x}{4}+c$

E) $x+\frac{\sin 4x}{2}+c$

3. $\int (\cos^2 2x+\sin^2 2x)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x+c$ B) $\sin 2x+\cos 2x+c$

C) $\sin 2x-\cos 2x+c$ D) $\frac{1}{2}(\sin 2x-\cos 2x)+c$

E) $2(\sin 2x-\cos 2x)+c$

4. $\int \sin^2 4x\,dx - \int \cos^2 4x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: Parçaları birleştir bulmacayı çözeceksin.)

A) $\sin 8x+c$ B) $-\frac{1}{8}\sin 8x+c$

C) $\frac{1}{8}\sin 8x+c$ D) $-\cos 8x+c$

E) $-\frac{1}{8}\cos 8x+c$

karekök

B	A	A	B

köşetaşı

$\int \cos 2x \cdot \cos 4x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \cos 4x \cdot \cos 2x \, dx = \int \frac{1}{2}(\cos(4x+2x)+\cos(4x-2x))\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int (\cos 6x + \cos 2x)\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 2x}{2}\right) + c$$

$$= \frac{\sin 6x}{12} + \frac{\sin 2x}{4} + c$$

HATIRLATMA

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b)+\cos(a-b))$$

$$\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2}(\cos(a+b)-\cos(a-b))$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a+b)+\sin(a-b))$$

1. $\int 18\cos 6x \cdot \cos 3x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sin9x + 3sin3x + c
B) sin9x + sin3x + c
C) cos9x + cos3x + c
D) cos9x + 3cos3x + c
E) –sin9x – 3sin3x + c

2. $\int -6\sin 2x \cdot \sin x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sin3x – 2sinx + c
B) sin3x – 3sinx + c
C) cos3x – 3cosx + c
D) cos3x + 3cosx + c
E) sin3x + 3sinx + c

3. $\int 6\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right) dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3cos3x – 6cosx + c
B) cos3x + 6cosx + c
C) –cos3x + 6cosx + c
D) sin3x – 6sinx + c
E) –cos3x – 3cosx + c

4. $\int 2\sin\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)\cdot\cos(\pi-x)\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sin3x + sinx + c
B) sin3x – sinx + c
C) $\frac{\cos 3x}{3} + \cos x + c$
D) $\frac{\sin 3x}{3} + \sin x + c$
E) $\frac{\sin 3x}{3} - \sin x + c$

karekök

A B E D

köşetaşı

$\int \tan^2 2x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int (1+\tan^2(ax+b))\, dx = \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}\, dx = \int \sec^2(ax+b)\, dx = \frac{\tan(ax+b)}{a} + c$$

$y = \tan(ax+b) \Rightarrow y' = a(1+\tan^2(ax+b))$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda tan(ax + b) nin niçin a ya bölündüğünü kolayca anlayabiliriz.

$$\int \tan^2 2x \, dx = \int (-1+\underbrace{1+\tan^2 2x})\, dx$$

$$= \int -1 dx + \int (1+\tan^2 2x)\, dx$$

$$= -x + \frac{\tan 2x}{2} + c$$

1. $\int (3+\tan^2 x)\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3 + tanx + c
B) 2tanx + c
C) 2 + tanx + c
D) 3x + tanx + c
E) 2x + tanx + c

2. $\int (3\tan^2 3x)\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –3x + tan3x + c
B) 3x – 3tanx + c
C) 3x + tan3x + c
D) 3x – tanx + c
E) –3x + tanx + c

3. $\int \frac{4}{\cos^2 2x}\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan2x + c
B) 4tan2x + c
C) 2tan2x + c
D) 8tan2x + c
E) 4tanx + c

4. $\int 6\sec^2 3x \, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3tan3x + c
B) 6tan3x + c
C) 2tan3x + c
D) tan3x + c
E) 3tan2x + c

karekök

E A C C

köşetaşı

$\int (2-\cot^2 x)\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int (1+\cot^2(ax+b))\,dx = \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}\,dx = \int \operatorname{cosec}^2(ax+b)\,dx = -\frac{\cot(ax+b)}{a} + c$$

$y = \cot(ax+b) \Rightarrow y' = -a(1+\cot^2(ax+b))$

olduğunu hatırlarsanız verilen kuralda cot(ax + b) nin niçin –a ya bölündüğünü kolayca anlayabiliriz.

$$\int (3-1-\cot^2 x)\,dx = \int [3-(1+\cot^2 x)]\,dx$$

$$= \int 3dx - \int (1+\cot^2 x)\,dx = 3x + \cot x + c$$

1. $\int \cot^2 x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + \cot x + c$
B) $x - \cot x + c$
C) $-x + \cot x + c$
D) $-x - \cot x + c$
E) $-1 - \cot x + c$

2. $\int (2+\cot^2 x)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - \cot x + c$
B) $x + \cot x + c$
C) $-x - \cot x + c$
D) $1 - \cot x + c$
E) $-1 - \cot x + c$

3. $\int \frac{2}{\sin^2 2x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\cot 2x + c$
B) $2\cot 2x + c$
C) $-\cot 2x + c$
D) $\cot 2x + c$
E) $-4\cot 2x + c$

4. $\int \frac{1}{1-\cos 2x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(İpucu: cos2x in yarım açı formülünü hatırla)

A) $-\cot x + c$
B) $-2\cot x + c$
C) $-\cot 2x + c$
D) $-\frac{1}{2}\cot x + c$
E) $\cot x + c$

kareköl

D A C D

köşetaşı

$\int 2^{3x+1}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int a^{mx+n}\,dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \ln a} + c \qquad \int e^{mx+n}\,dx = \frac{e^{mx+n}}{m} + c$$

$y = a^{mx+n} \Rightarrow y' = a^{mx+n} \cdot m \cdot \ln a$

olduğunu hatırlayın. İntegrali alınırken bu nedenle ters işlem yapılır m ve lna ya bölünür.

$$\int 2^{3x+1}\,dx = \frac{2^{3x+1}}{3 \cdot \ln 2} + c$$

1. $\int 2^{1-x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$
B) $\frac{2^{1-x}}{\ln 2} + c$
C) $\frac{2^{x-1}}{\ln 2} + c$
D) $2^{1-x} + c$
E) $-2^{1-x} + c$

2. $\int 4e^{2x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4e^{2x} + c$
B) $2e^{2x} + c$
C) $e^{2x} + c$
D) $-e^{2x} + c$
E) $-4e^{2x} + c$

3. $\int e^{-\frac{x}{2}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$
B) $-e^{-\frac{x}{2}} + c$
C) $2e^{-\frac{x}{2}} + c$
D) $\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} + c$
E) $-2e^{-\frac{x}{2}} + c$

4. $\int 3^x \cdot 2^{2x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $12^x + c$
B) $12^x \cdot \ln 12 + c$
C) $\frac{12^x}{\ln 12} + c$
D) $\frac{12^x}{\ln 2 \cdot \ln 3} + c$
E) $\frac{12^x}{\ln 6} + c$

kareköl

A B E C

köşetaşı

$\int \frac{1}{2x-1}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{1}{mx \pm n}dx = \frac{1}{m}\ln|mx \pm n| + c$$

$y = \ln(mx \pm n) \Rightarrow y' = \frac{m}{mx \pm n}$

olduğunu hatırlayın. Türevi alınırken m ile çarpılırken integrali alınırken m ye bölündüğüne dikkat edin.

$\int \frac{1}{2x-1}dx = \frac{1}{2}\ln|2x-1| + c$

1. $\int \frac{1}{x+1}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x+1| + c$ B) $\ln|x-1| + c$

C) $2\ln|x+1| + c$ D) $\frac{1}{2}\ln|x+1| + c$

E) $4\ln|x+1| + c$

2. $\int \frac{4}{4x-1}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\ln|4x-1| + c$ B) $-2\ln|4x-1| + c$

C) $-4\ln|4x-1| + c$ D) $4\ln|4x-1| + c$

E) $\ln|4x-1| + c$

3. $\int \left(\frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-1}\right)dx = \ln(x+1)^2(x-1)^4 + c$

olduğuna göre, a·b kaç olabilir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $\int \frac{x^3 + x^2}{x^4}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x| - \frac{1}{x} + c$ B) $\ln|x| + \frac{1}{x} + c$

C) $-\ln|x| - \frac{1}{x} + c$ D) $\frac{1}{x} - \ln|x| + c$

E) $\frac{1}{x^2} - \ln|x| + c$

karekök

A	E	D	A

köşetaşı

$f'(x) = 3x^2 + 4x$ ve $f(0) = 3$ **olduğuna göre, f(1) kaçtır?**

açıklamalı çözüm

Türevi verilen bir fonksiyonun kendisini bulmak için integral almamız gerektiğini öğrenmiştik.

$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (3x^2 + 4x)\,dx$

$= x^3 + 2x^2 + c$

c sabitini bulmak için f(0) = 3 bilgisini kullanalım.

$f(0) = 0 + 0 + c = 3 \Rightarrow c = 3$

Bu durumda

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$ ve $f(1) = 1 + 2 + 3 = 6$ olur.

AYRICA

$f'(x) = \int f''(x)\,dx$

1. $f'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 1$ ve $f(0) = 2$

olduğuna göre, f(–1) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f'(x) = 2e^{2x}$ ve $f(\ln 2) = 5$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $f'(x) = 2\cos 2x - 4\sin 2x$ ve $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

olduğuna göre, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ **kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f''(x) = 2$, $f'(0) = 2$ ve $f(1) = 4$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

karekök

E	B	C	C

köşetaşı

$\int f(x)\,dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$ **olduğuna göre f(2) kaçtır?**

açıklamalı çözüm

$$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x)$$

İntegralin türevi alındığında integral içindeki fonksiyon integral dışına olduğu gibi çıkar.

Şimdi köşetaşındaki f(x) fonksiyonunu integralden kurtarmak için her iki tarafın türevini alalım.

$$\int f(x)\,dx = 2x^3 + 6x^2 + 3$$

$$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = \frac{d}{dx}(2x^3 + 6x^2 + 3)$$

$$f(x) = 6x^2 + 12x$$

Sonuç $f(2) = 6\cdot 2^2 + 12\cdot 2 = 48$ bulunur.

1. $\int f(x)\,dx = e^{2x} + \cos 2x$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int x f(x)\,dx = 4x^3 + 2x^2$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

3. $\int f'(x)\,dx = 2f(x) + 2x + 1$ ve $f(0) = 1$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\int f''(x)\,dx = f(x)(x^2 - 1)$ ve $f''(1) = 4$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

B C B E

1. Aşağıdaki integrallerden hangisinin sonucu t ye göre türevi $3t^2$ olan fonksiyona eşit olur?

A) $\int 3x^2\,dx$ B) $\int 3x^2\,dt$ C) $\int 3t^2\,dx$

D) $\int 3t^2\,dt$ E) $\int t^3\,dt$

2. $\int 16x^3\,dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $3x^4 + c$ B) $4x^4 + c$ C) $4t^4 + c$

D) $3t^4 + c$ E) $48x^2 + c$

3. $\int 10\sqrt[4]{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $8x\sqrt[4]{x} + c$ B) $4x\sqrt[4]{x} + c$ C) $8\sqrt[5]{x^4} + c$

D) $4\sqrt[5]{x^4} + c$ E) $2x\sqrt[4]{x} + c$

4. $\int -\frac{6}{x^4}\,dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $-\frac{4}{x^3} + c$ B) $-\frac{2}{x^3} + c$ C) $\frac{2}{x^3} + c$

D) $\frac{4}{x^3} + c$ E) $\frac{2}{x^5} + c$

5. $\int (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^2 - x + c$ B) $2x^2 - x + c$ C) $2x^2 + x + c$

D) $4x^2 + x + c$ E) $4x - 1 + c$

6. $\int 3\cos(-3x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3\sin(-3x) + c$ B) $-3\cos(-3x) + c$

C) $3\sin(-3x) + c$ D) $\sin(-3x) + c$

E) $-\sin(-3x) + c$

karekök

7. $\int 2\sin 2x \cdot \cos 2x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos 4x + c$ B) $\frac{1}{4}\cos 4x + c$

C) $\sin 4x + c$ D) $-\frac{1}{4}\sin 4x + c$

E) $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$

8. $\int -2\sin^2 4x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - \frac{\cos 8x}{8} + c$ B) $-x - \frac{\sin 8x}{8} + c$

C) $-x + \frac{\sin 8x}{8} + c$ D) $x + \frac{\sin 8x}{8} + c$

E) $-x + \frac{\cos 8x}{8} + c$

9. $\int 30\cos(-4x)\cdot\cos x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 3sin5x + 5sin3x + c

B) 5sin5x + 3sin3x + c

C) 3cos5x + 5cos3x + c

D) 3sin5x – 5sin3x + c

E) –3sin5x – 5sin3x + c

10. $\int (1-\tan^2 x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x – tanx + c B) x + tanx + c

C) 2x – tanx + c D) 2x – tan2x + c

E) –2x – tanx + c

11. $\int -\dfrac{4}{\sin^2 4x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) cot4x + c B) –cot4x + c

C) tan4x + c D) –tan4x + c

E) 4cot4x + c

12. $\int 4e^{-2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2e^{-2x}$ + c B) $-2e^{-2x}$ + c

C) $-e^{-2x}$ + c D) e^{-2x} + c

E) $-4e^{-2x}$ + c

13. $\int \dfrac{x-1}{x^2-1}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ln|x – 1| + c B) ln|x + 1| + c

C) $\ln|x^2-1|$ + c D) 2ln|x – 1| + c

E) 2ln|x + 1| + c

14. $f'(x) = -9x^2 + \dfrac{1}{x}$ ve $f(-1) = 4$

olduğuna göre f(1) kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

15. $\int x^2 f(2x)\,dx = x^4 - 4x^3 + c$

olduğuna göre f(2) kaçtır?

A) –12 B) –8 C) 0 D) 8 E) 12

1	D	2	B	3	A	4	C	5	B	6	E	7	E	8	C	9	A	10	C	11	A	12	B	13	B	14	A	15	B

KONU TESTİ - 1

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$

B) $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

C) $\int e^x\,dx = e^x + c$

D) $\int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$

E) $\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx = \cot x + c$

2. $\dfrac{dy}{dx} = -4x^3 + 2x$

denklemini sağlayan y aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $x^4 + x^2 + 2$ B) $-x^4 + x^2$

C) $-12x^2 + 2$ D) $-4x^4 + x^2$

E) $x^4 + x^2$

3. $\int 3^{2x}\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3^{2x}\log_9 e + c$ B) $3^x \ln 9 + c$ C) $3^{2x}\ln 9 + c$

D) $3^x \ln 3 + c$ E) $3^{2x}\ln 3 + c$

4. $f'(x) = -6x + 2$ ve $f(-1) = 0$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\int \cos x\cdot\tan x\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) cosx + c B) –cosx + c C) sinx + c

D) –sinx + c E) tanx + c

6. $\int \dfrac{1}{x}(x+1)\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) x + ln|x| + c B) x·ln|x| + c

C) x^2 + ln|x| + c D) ln|1 + x| + c

E) 1 + ln|x| + c

karekök

7. $\int (\tan^2 x - \cot^2 x)\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanx – cotx + c B) tanx + cotx + c

C) cotx – tanx + c D) –tanx – cotx + c

E) secx + cosecx + c

8. $F(x) = \int \dfrac{1}{x}\,dx$

olduğuna göre, F′(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) ln|x| + c B) $\dfrac{1}{x} + c$ C) $\dfrac{1}{x}$

D) $\dfrac{1}{|x|}$ E) $-\dfrac{1}{x^2}$

9. $\int 5(x^2-3)^2\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^5-10x^3+45x+c$
B) x^4-10x^2+c
C) $x^5+10x^3+45x+c$
D) x^5-3x^3+9x+c
E) x^5-2x^3+9x+c

10. $\int 6e^{3x}\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3e^{3x}+c$ B) $2e^{3x}+c$ C) $6e^{3x}+c$
D) $e^{3x}+c$ E) $3e^{2x}+c$

11. $\int (2\cos^2 2x-1)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 4x+c$ B) $\cos 4x+c$ C) $\frac{1}{4}\sin 4x+c$
D) $\frac{1}{4}\cos 4x+c$ E) $-\frac{1}{4}\sin 4x+c$

12. $\int \frac{e^x+1}{e^x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x-e^x+c$ B) $x+e^x+c$ C) $x-e^{-x}+c$
D) $-x-e^{-x}+c$ E) $-x+e^{-x}+c$

13. $\int x^{-1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{x^2}+c$ B) $-\frac{1}{x^2}+c$ C) $\ln|x|+c$
D) $\frac{1}{x}+c$ E) $-\ln|x|+c$

14. $\int (\sin^2 x-\cos^2 x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin 2x+c$ B) $\sin 2x+c$ C) $2\sin 2x+c$
D) $-\frac{1}{2}\sin 2x+c$ E) $\frac{1}{2}\sin 2x+c$

15. $\int \frac{4}{\sqrt{x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{x}+c$ B) $2\sqrt{x}+c$ C) $4\sqrt{x}+c$
D) $8\sqrt{x}+c$ E) $16\sqrt{x}+c$

16. $\int \frac{2}{\operatorname{cosec} 2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos 2x+c$ B) $-\cos 2x+c$
C) $\sin 2x+c$ D) $-\sin 2x+c$
E) $-2\cos 2x+c$

karekök

1 E	2 B	3 A	4 E	5 B	6 A	7 B	8 C	9 A	10 B	11 C	12 C	13 C	14 D	15 D	16 B

KONU TESTİ (Çözümler)

1. $\int \operatorname{cosec}^2 x\,dx=-\cot x+c$ olduğundan "E" seçeneğindeki integral yanlış alınmıştır.

2. $\frac{dy}{dx}=-4x^3+2x$

$dy=(-4x^3+2x)\,dx$

$\int dy=\int(-4x^3+2x)\,dx$

$y=-x^4+x^2+c$

olduğundan doğru seçenek "B" seçeneğidir.

3. $\int 3^{2x}\,dx=\frac{3^{2x}}{2\cdot\ln 3}+c=\frac{3^{2x}}{\ln 9}+c$

$=3^{2x}\log_9 e+c$

Doğru seçenek "A" dır.

4. $f'(x)=-6x+2\Rightarrow$

$\int f'(x)\,dx=\int -(6x+2)\,dx$

$f(x)=-3x^2+2x+c$

$f(-1)=0$ olduğundan

$f(-1)=-3-2+c=0\Rightarrow c=5$

$f(0)=c=5$ bulunur.

Doğru seçenek "E" dir.

5. $\int \cos x\cdot\tan x\,dx=\int \cos x\,\frac{\sin x}{\cos x}\,dx$

$=\int \sin x\,dx=-\cos x+c$

Doğru seçenek "B" dir.

6. $\int \frac{1}{x}(x+1)\,dx=\int\left(1+\frac{1}{x}\right)dx=x+\ln|x|+c$

Doğru seçenek "A" dır.

7. $\int(\tan^2 x-\cot^2 x)\,dx$

$=\int(1+\tan^2 x-1-\cot^2 x)\,dx$

$=\int(1+\tan^2 x)\,dx+\int -(1+\cot^2 x)\,dx$

$=\tan x+\cot x+c$

Doğru seçenek "B" dir.

8. $F(x)=\int\frac{1}{x}\,dx$ integralinin türevi integrali alınan $\frac{1}{x}$ e eşittir. Doğru seçenek "C" dir.

karekök

9. $\int 5(x^2-3)^2\,dx = \int 5(x^4-6x^2+9)\,dx$

$= \int (5x^4-30x^2+45)\,dx$

$= x^5 - 10x^3 + 45x + c$

Doğru seçenek "A" dır.

10. $\int 6e^{3x}\,dx = 6\cdot\dfrac{e^{3x}}{3} + c = 2e^{3x} + c$

Doğru seçenek "B" dir.

11. $\int (2\cos^2 2x - 1)\,dx = \int \cos 4x\,dx = \dfrac{\sin 4x}{4} + c$

Doğru seçenek "C" dir.

12. $\int \dfrac{e^x+1}{e^x}\,dx \int\left(\dfrac{e^x}{e^x}+\dfrac{1}{e^x}\right)dx = \int (1+e^{-x})\,dx$

$= x - e^{-x} + c$

Doğru seçenek "C" dir.

13. $\int x^{-1}\,dx = \int \dfrac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$

Doğru seçenek "C" dir.

14. $\int (\sin^2 x - \cos^2 x)\,dx = \int -(\cos^2 x - \sin^2 x)\,dx$

$= \int -\cos 2x\,dx$

$= -\dfrac{\sin 2x}{2} + c$

Doğru seçenek "D" dir.

15. $\int \dfrac{4}{\sqrt{x}}\,dx = \int 4\cdot x^{-\frac{1}{2}}\,dx = 4\cdot\dfrac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}} + c$

$= 8\cdot x^{\frac{1}{2}} + c$

$= 8\cdot\sqrt{x} + c$

Doğru seçenek "D" dir.

16. $\int \dfrac{2}{\operatorname{cosec} 2x}\,dx = \int 2\sin 2x\,dx = -\cos 2x + c$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

KONU TESTİ - 2

1. $\int e^{\ln 6x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{6x} + c$ B) $\dfrac{1}{6}e^{\ln 6x} + c$ C) $6x + c$

D) $3x^2 + c$ E) $3x + c$

2. $\int \cos^3 x\cdot(1+\tan^2 x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos x + c$ B) $-\sin x + c$

C) $\tan x + c$ D) $\sin x + c$

E) $\cos x + c$

3. $\int e^{-x}(e^x + e^{2x})\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x + x + c$ B) $e^x + e^{-x} + c$

C) $-x + e^{-x} + c$ D) $e^x - e^{-x} + c$

E) $x - e^{-x} + c$

4. $\int 4(x-1)(x^2+x+1)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^4 + 4x + c$ B) $x^4 - 4x^3 + c$

C) $x^4 - 4x + c$ D) $x^4 + 4x^3 + c$

E) $x^4 - x + c$

5. $\int \left(\dfrac{2}{x} - \dfrac{2}{x+1}\right)dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^2 + c$ B) $\ln\left|\dfrac{x}{x+1}\right| + c$

C) $\ln x^2(x+1)^2 + c$ D) $\ln|2x+1| + c$

E) $\dfrac{2\ln|x|}{\ln|x+1|} + c$

6. $\int \ln 2\cdot\dfrac{2^{3x+1}-2^x}{2^x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{2x} - x\ln 2 + c$ B) $2^{2x} + x + c$

C) $2^{2x+1} + x + c$ D) $2^{2x+1} - x + c$

E) $2^x - x + c$

7. $\int 3(\sqrt[4]{x}-1)(\sqrt[4]{x}+1)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{x} + c$ B) $2\sqrt{x} + c$

C) $2x\sqrt{x} - 3x + c$ D) $x\sqrt{x} - x + c$

E) $\sqrt{x} - x + c$

8. $\int \dfrac{1}{\tan^2 x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-x + \cot x + c$ B) $x - \cot x + c$

C) $x + \cot x + c$ D) $-x - \cot x + c$

E) $x + \tan x + c$

karekök

9. $\int \tan x \cdot \cot x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x + c$ B) $\cot x + c$ C) $x + c$

D) $\tan^2 x + c$ E) $\cot^2 x + c$

10. $\int f'(x)\,dx = x^2 + 3x + 1$ ve $f(0) = 1$

olduğuna göre, f(1) kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x$ **olduğuna göre, y = f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $x^3 - 2x^2 + 2$ B) $x^3 - 2x + 1$

C) $x^3 + x^2 - 2$ D) $2x^3 - 2x^2$

E) $x^3 - 4x^2$

12. $\int x^2 \cos^2 x \, dx + \int x^2 \sin^2 x \, dx = f(x)$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $2x^2$ B) x^2 C) $-x^3$

D) $\frac{x^3}{3}$ E) x^3

13. $\int \frac{4x^2 - 1}{2x + 1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + x + c$ B) $x^2 + c$

C) $2x^2 + x + c$ D) $2x^2 + c$

E) $x^2 - x + c$

14. $\int f(x)\,dx = \frac{1}{x} + \int \frac{x+1}{x^2} dx$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x|$ B) $\frac{1}{x^2}$ C) $\frac{1}{x}$

D) $-\frac{1}{x}$ E) $-\frac{1}{x^2}$

karekök

15. $\int 2e^{\frac{x}{2}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{4}e^{\frac{x}{2}} + c$ B) $\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} + c$ C) $e^{\frac{x}{2}} + c$

D) $2e^{\frac{x}{2}} + c$ E) $4e^{\frac{x}{2}} + c$

16. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ **olmak üzere,**

$\int \sqrt{1 - \cos 2x}\, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sqrt{2}\cos x + c$ B) $-\cos x + c$

C) $\sqrt{2}\sin x + c$ D) $\sin x + c$

E) $-2\cos x + c$

1 D 2 D 3 A 4 C 5 A 6 A 7 C 8 D 9 C 10 E 11 A 12 D 13 E 14 C 15 E 16 A

1. $\sin x < 0$ için $\int (\cos x + |\sin x|)\,dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 + \sin x + c$ B) $\cos x - \sin x + c$

C) $\sin x + \cos x + c$ D) $1 + \cos x + c$

E) $1 - \sin x + c$

(1977)

2. $f'(x) = 3x^2 + 2x$ ve $f(1) = 3$

olduğuna göre, f(–1) in değeri nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

(ÖYS 1986)

3. $\int x f(x)\,dx = x^2 + x + c$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisidir?
(c sabittir.)

A) 2 B) $x + \ln x$ C) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + cx$

D) $x + 1$ E) $2 + \frac{1}{x}$

(ÖYS 1987)

4. y = f(x) eğrisinin (–2, 3) noktasındaki teğeti x ekseni ile 135° lik açı yapmaktadır.

f″(x) = 16x olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$

(ÖYS 1995)

5. f: R → R fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = x + 1$

$f(2) = -1$

olduğuna göre, f(0) kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –2 D) –1 E) 0

(ÖSS 2006)

6. $f''(x) = 6x - 2$

$f'(0) = 4$

$f(0) = 1$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için f(1) değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

(LYS 2010)

karekök

7. $f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$

$f(0) = 2$

olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(LYS 2011)

1 C 2 B 3 E 4 E 5 A 6 B 7 C

BÖLÜM 2

İntegral Alma Yöntemleri

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. $\int f^n(x)\cdot f'(x)dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
2. $\int \sin^n x\cdot \cos x\, dx$ ya da $\int \cos^n x\cdot \sin x\, dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
3. $\int \tan^n x\cdot \sec^2 x\, dx$ ya da $\int \cot^n x\cdot \mathrm{cosec}^2 x\, dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
4. $\int \sin(f(x))\cdot f'(x)dx$ ya da $\int \cos(f(x))\cdot f'(x)dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
5. $\int e^{f(x)}\cdot f'(x)dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
6. $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
7. $\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
8. $\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}dx$ integralini değişken değiştirme yöntemiyle alır.
9. Diferansiyel içeren integrallerin eşitini bulur.
10. Verilen dönüşümü kullanarak integralin eşitini bulur.
11. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
12. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle integral alır.
13. Kısmi integrasyon yöntemiyle integral alır.

köşetaşı

$\int (x^2+1)^3 \cdot 2x\,dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

İntegrallerin içinin daha karışık olduğu durumlarda en çok karşımıza çıkan, en çok kullanılan yöntem "Değişken Değiştirme" yöntemidir.

$$\int [f(x)]^n\, f'(x)\,dx = \int u^n\,du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

İntegral içinde biri diğerinin türevi ya da türevinin katı olan iki fonksiyon varsa bu yöntem uygulanır. Şimdi bu kuralı kullanarak köşetaşındaki integrali basitleştirelim.

$$u = f(x) = x^2+1 \Rightarrow \frac{du}{dx} = f'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow du = 2x\,dx$$

$$\int \underbrace{(x^2+1)}_{u}{}^3\, \underbrace{2x\,dx}_{du} = \int u^3\,du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{(x^2+1)^4}{4} + c$$

Değişken değiştirmeyi doğru yaparsanız karşınıza çıkan integralin bu kitabın I. bölümündeki basit integrallerden biri olduğunu görürsünüz.

1. $\int (x^3-1)^4\, 3x^2\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{(x^3-1)^5}{5}+c$ B) $\frac{(x^3-1)^4}{4}+c$ C) $\frac{x^5}{5}+c$

D) $\frac{x^4}{4}+c$ E) $\frac{(x^4-1)^5}{5}+c$

2. $\int 12(x-1)^5\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2(x-1)^6+c$ B) $6(x-1)^6+c$

C) $12(x-1)^6+c$ D) $2(x-1)^5+c$

E) $6(x-1)^5+c$

3. $\int \frac{1}{(x^2-1)^3} \cdot 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2(x^2-1)^2}+c$ B) $-\frac{1}{2(x^2-1)^2}+c$

C) $\frac{1}{(x^2-1)^2}+c$ D) $-\frac{1}{(x^2-1)^2}+c$

E) $-2(x^2-1)^2+c$

karekök

4. $\int 6(x^2+2x)^2\,(x+1)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x^2+2x)+c$ B) $3(x^2+2x)^3+c$

C) $2(x^2+2x)^3+c$ D) $(x^2+2x)^3+c$

E) $6(x^2+2x)^3+c$

A	A	B	D

köşetaşı

$\int 4\sin^3 x \cdot \cos x\,dx$ **integralinin eşitini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

1. köşetaşında verilen kuralı kullanarak integrali basitleştirelim

$$u = \sin x \Rightarrow du = \cos x\,dx$$

$$\int 4\sin^3 x \cdot \cos x\,dx = \int 4 \cdot u^3 \cdot du$$

$$= 4 \cdot \frac{u^4}{4} + c = \sin^4 x + c$$

Bir Soru Daha:

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x\,dx = ?$$

$$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x\,dx \Rightarrow -du = \sin x\,dx$$

$$\int 3\cos^2 x \cdot \sin x\,dx = \int 3u^2(-du) = -u^3 + c = -\cos^3 x + c$$

1. $\int 5\cos^4 x\,\sin x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos^5 x + c$ B) $\cos^5 x + c$

C) $-\sin^5 x + c$ D) $\sin^5 x + c$

E) $-5\cos^5 x + c$

2. $\int \sin x \cdot \cos x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos^2 x}{2}+c$ B) $-\frac{\cos^2 x}{2}+c$

C) $-\frac{\sin^2 x}{2}+c$ D) $\cos^2 x + c$

E) $\sin^2 x + c$

3. $\int 2\cos^2 x \cdot \sin 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin^4 x + c$ B) $\sin^4 x + c$

C) $-\cos^4 x + c$ D) $\cos^4 x + c$

E) $-\cos^3 x + c$

karekök

4. $\int 4(1+\sin^2 x)^3 \cdot \sin 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(1+\sin^2 x)^3 + c$ B) $(1+\cos^2 x)^4 + c$

C) $-(1+\sin^2 x)^4 + c$ D) $(1+\sin^2 x)^4 + c$

E) $2(1+\sin^2 x)^4 + c$

A	B	C	D

köşetaşı

$\int \tan^3x \sec^2x\, dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x\, dx$

$$\int \tan^3 x \sec^2 x\, dx = \int u^3\, du = \frac{u^4}{4} + c = \frac{\tan^4 x}{4} + c$$

Bir Soru Daha:

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} dx = ?$$

$$u = \cot x \Rightarrow du = -\frac{1}{\sin^2 x} dx \Rightarrow -du = \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$$\int \frac{\cot x}{\sin^2 x} dx = \int u(-du) = -\frac{u^2}{2} + c = -\frac{1}{2}\cot^2 x + c$$

1. $\int 3\tan^2x\,(1+\tan^2x)\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan^4x + c$ B) $3\tan^3x + c$
C) $\tan^3x + c$ D) $2\tan^3x + c$
E) $3\tan^4x + c$

2. $\int \frac{2\tan x}{\cos^2 x} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\tan^2x + c$ B) $\tan^2x + c$
C) $2\tan x + c$ D) $2\cot^2x + c$
E) $\cos^2x + c$

3. $\int 4\cot^3x \cdot \mathrm{cosec}^2x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\cot^4x + c$ B) $-2\cot^4x + c$
C) $\cot^4x + c$ D) $-\cot^4x + c$
E) $-\cot^3x + c$

4. $\int \frac{1+\cot^2x}{\tan x} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\cot^2 x}{2} + c$ B) $\frac{\cot^2 x}{2} + c$
C) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ D) $-\frac{\tan^2 x}{2} + c$
E) $-\frac{\cot x}{2} + c$

karekök

C	B	D	A

köşetaşı

$\int \cos(x^3+1) \cdot x^2\, dx$ integralinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

1) $\int \cos(f(x)) \cdot f'(x)\, dx = \int \cos u\, du = \sin u + c$

2) $\int \sin(f(x)) \cdot f'(x)\, dx = \int \sin u\, du = -\cos u + c$

Verilen kurallardan 1. sini kullanarak köşetaşındaki soruyu çözelim.

$$u = x^3 + 1 \Rightarrow du = 3x^2dx \Rightarrow x^2dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \cos(x^3+1)x^2\, dx = \int \cos u \cdot \frac{du}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\int \cos u\, du = \frac{1}{3}\sin u + c = \frac{1}{3}\sin(x^3+1) + c$$

1. $\int 12\sin(3x^2) \cdot x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-4\cos 3x^2 + c$ B) $-2\cos 3x^2 + c$
C) $-\cos 3x^2 + c$ D) $2\cos 3x^2 + c$
E) $4\cos 3x^2 + c$

2. $\int \cos(\sin x) \cdot \cos x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin 2x + c$ B) $\sin(\cos x) + c$
C) $\sin(\sin x) + c$ D) $-\sin(\sin x) + c$
E) $-\cos(\cos x) + c$

3. $\int \sec^2(e^x) \cdot e^x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x + c$ B) $\sec(e^x) + c$
C) $\tan^2(e^x) + c$ D) $\tan(e^x) + c$
E) $\sec^3(e^x) + c$

4. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin(\ln x) + c$ B) $\cos(\ln x) + c$
C) $-\sin(\ln x) + c$ D) $-\cos(\ln x) + c$
E) $\ln(\sin x) + c$

karekök

B	C	D	A

köşetaşı

$\int e^{(x^2)} \cdot 2x\,dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x)\,dx = \int a^u\,du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$u = x^2 \Rightarrow du = 2x\,dx$$

$$\int e^{(x^2)} \cdot 2x\,dx = \int e^u\,du = e^u + c$$

$$= e^{(x^2)} + c$$

1. $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{\sin x} + c$ B) $e^{\cos x} + c$

C) $-e^{\sin x} + c$ D) $-e^{\cos x} + c$

E) $e^{-\cos x} + c$

2. $\int 2^{\ln x} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2^{\ln x} + c$ B) $\frac{2^{\ln x}}{\ln 2} + c$

C) $\frac{2^{\ln x}}{\log 2} + c$ D) $x^{\ln 2} + c$

E) $\ln x \cdot 2^{\ln x} + c$

3. $\int \frac{3^{\tan x}}{\cos^2 x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3^{\cot x} + c$ B) $-3^{\cot x} + c$

C) $3^{\tan x} + c$ D) $\frac{3^{\tan x}}{\ln 3} + c$

E) $\frac{3^{\tan x}}{\log 3} + c$

4. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2e^{\sqrt{x}} + c$ B) $e^x + c$ C) $3xe^{\sqrt{x}} + c$

D) $\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} + c$ E) $e^{\sqrt{x}} + c$

karekök

A B D E

köşetaşı

$\int \frac{3x^2+2}{x^3+2x}\,dx$ integralinin eşitini bulunuz.

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$u = x^3 + 2x \Rightarrow du = (3x^2+2)\,dx$$

$$\int \frac{3x^2+2}{x^3+2x}\,dx = \int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + c$$

$$= \ln|x^3 + 2x| + c$$

1. $\int \frac{1}{x+2}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x| + c$ B) $2\ln|x+2| + c$

C) $\frac{1}{2}\ln|x+2| + 2$ D) $\ln|x+2| + c$

E) $2x\ln|x| + c$

2. $\int \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln(e^x+1) + c$ B) $\ln(e^x-1) + c$

C) $e^x + c$ D) $e^x\ln(e^x+1) + c$

E) $x\ln(e^x+1) + c$

3. $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x| + c$ B) $\ln\left|\frac{1}{x}\right| + c$

C) $\ln|\ln|x|| + c$ D) $\frac{1}{\ln|x|} + c$

E) $x\ln|x| + c$

4. $\int \tan x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

(*İpucu:* $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$)

A) $\ln|\sin x| + c$ B) $\ln|\cos x| + c$

C) $-\ln|\cos x| + c$ D) $-\ln|\sin x| + c$

E) $\ln|\tan x| + c$

karekök

D A C C

köşetaşı

$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}du = \text{arcsin}u + c \text{ ya da } -\text{arccos}u + c$$

$u = 2x \Rightarrow du = 2\,dx$

$$\int \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}dx = \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \text{arcsin}u + c$$

$$= \text{arcsin}(2x) + c \text{ ya da}$$

$$= -\text{arccos}(2x) + c$$

1. $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin e^x + c$
B) $\arccos e^x + c$
C) $\arctan e^x + c$
D) $\text{arccot}\, e^x + c$
E) $-\arcsin e^x + c$

2. $\int \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2+1)^2}}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\arcsin(x^2+1) + c$
B) $-\arccos(x^2+1) + c$
C) $\arccos(x^2+1) + c$
D) $\arctan(x^2+1) + c$
E) $-\text{arccot}(x^2+1) + c$

3. $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccos(\tan x) + c$
B) $\arcsin(\tan^2 x) + c$
C) $\arcsin(\tan x) + c$
D) $\arccos(\tan^2 x) + c$
E) $\text{arccot}(\tan x) + c$

4. $\int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?
(Kök içini tam kare yapalım.)

A) $-\arccos(x-1) + c$
B) $\arccos(x-1) + c$
C) $-\arcsin(x-1) + c$
D) $\arcsin(x^2) + c$
E) $-\arccos(x^2) + c$

karekök

A B C A

köşetaşı

$\int \frac{2x}{1+x^4}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$\int \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}dx = \int \frac{1}{1+u^2}du = \text{arctan}u + c \text{ ya da } -\text{arccot}u + c$$

$u = x^2 \Rightarrow du = 2x\,dx$

$$\int \frac{2x}{1+(x^2)^2}dx = \int \frac{1}{1+u^2}du = \text{arctan}u + c$$

$$= \arctan(x^2) + c \text{ ya da}$$

$$= -\text{arccot}(x^2) + c$$

1. $\int \frac{4}{1+(2x+1)^2}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\text{arccot}(2x+1) + c$
B) $\arctan(2x+1) + c$
C) $2\text{arccot}(2x+1) + c$
D) $2\arctan(2x+1) + c$
E) $\arctan(2x) + c$

2. $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin(e^x) + c$
B) $\arccos(e^x) + c$
C) $\text{arccot}(e^x) + c$
D) $\arctan(e^{2x}) + c$
E) $\arctan(e^x) + c$

3. $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan(\sin x) + c$
B) $\arctan(\cos x) + c$
C) $-\arctan(\sin x) + c$
D) $\text{arccot}(e^{2x}) + c$
E) $\arctan(e^x) + c$

4. $\int \frac{1}{4x^2-4x+2}dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}\arctan(2x-1) + c$
B) $\arctan(2x-1) + c$
C) $2\arctan(2x-1) + c$
D) $\arctan(2x+1) + c$
E) $\arctan(2x) + c$

karekök

D E A A

köşetaşı

$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2}$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

$$d(f(x)) = f'(x)\cdot dx$$

olduğunu hatırlayınız. Bu nedenle

$$d(x^2) = 2x\cdot dx$$

$\int \frac{d(x^2)}{x^2+2} = \int \frac{2x}{x^2+2}dx$ integralinde değişken değiştirelim.

$$t = x^2+2 \Rightarrow dt = 2x\,dx$$

$$\int \frac{2x}{x^2+2}dx = \int \frac{1}{t}dt = \ln|t| + c = \ln(x^2+2)+c$$

1. $\int \frac{d(x^2+1)}{2x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^2+c B) $2x+c$ C) $2x^2+c$

D) $x+c$ E) x^2+2x+c

2. $\int \frac{d(\sin x)}{\cos x}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin x + c$ B) $-\cos x + c$ C) $x + c$

D) $\sin x + c$ E) $\cos x + c$

3. $\int \frac{d(e^x+1)}{1+e^{2x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{2x}+c$ B) e^x+c

C) $\ln(e^{2x}+1)+c$ D) $\arctan(e^x+1)+c$

E) $\arctan(e^x)+c$

4. $\int \frac{d(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{x}+c$ B) $x+c$ C) x^2+c

D) $\ln|x|+c$ E) $\ln x^2+c$

karekök

D	C	E	D

köşetaşı

$\int \sqrt{4-x^2}\,dx$ **integralinin x = 2sint dönüşümü ile eşitini yazınız.**

açıklamalı çözüm

$$x = 2\sin t$$

$$dx = 2\cos t\,dt$$

eşitliklerini kullanarak integrali düzenleyelim.

$$\int \sqrt{4-x^2}\,dx = \int \sqrt{4-(2\sin t)^2}\cdot 2\cos t\,dt$$

$$= \int \sqrt{4-4\sin^2 t}\cdot 2\cos t\,dt$$

$$= \int 2\sqrt{1-\sin^2 t}\cdot 2\cos t\,dt = 4\int \sqrt{\cos^2 t}\cdot \cos t\,dt = 4\int |\cos t|\cos t\,dt$$

1. **$x = e^t$ dönüşümü ile $\int \ln x\,dx$ integralinin eşiti nedir?**

A) $\int t\ln t\,dt$ B) $\int e^t\,dt$ C) $\int t\,e^t\,dt$

D) $\int t^2\ln t\,dt$ E) $\int e^t\ln t\,dt$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[12]{x}}dx$ **integralinin $x = t^{12}$ dönüşümü ile eşiti ne olur?**

A) $\int (t^3-t^2)\,dt$ B) $\int 12(t^{14}-t^{13})\,dt$

C) $\int (t^{14}-t^{13})\,dt$ D) $\int (t^{11}-t^{10})\,dt$

E) $\int 12(t^{15}+t^{14})\,dt$

3. **$x = \tan t$ dönüşümü ile $\int \sqrt{1+x^2}\,dx$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\int \sec^3 t\,dt$ B) $\int \sec^2 t\,dt$ C) $\int \sec t\,dt$

D) $\int \tan^2 t\,dt$ E) $\int \sec t\cdot\tan t\,dt$

4. $\int \sqrt{x}(x+1)\,dx$ **integralinin $\sqrt{x} = t$ dönüşümü ile eşiti nedir?**

A) $\int (t^4-t^2)\,dt$ B) $\int (t^3-t)\,dt$

C) $\int 2(t^3+t)\,dt$ D) $\int (t^2+1)\,dt$

E) $\int 2(t^4+t^2)\,dt$

karekök

C	B	A	E

köşetaşı

$\int \frac{x+3}{x+1}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

Kesirli ifadelerin integrali "Değişken Değiştirme" yöntemi ile alınamadığı zaman bu ifadeyi "Basit Kesirlere Ayırma" yöntemiyle basitleştirmemiz gerekebilir. Polinom bölmesi yaparak kesri iki parçaya ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} x+3 & x+1 \\ \underline{-x+1} & 1 \\ 2 & \end{array} \qquad \frac{x+3}{x+1} = \underset{\downarrow\,\text{Bölüm}}{\boxed{1}} + \frac{\boxed{2} \rightarrow \text{Kalan}}{\boxed{x+1} \rightarrow \text{Bölen}}$$

$$\int \frac{x+3}{x+1}\,dx = \int \left(1+\frac{2}{x+1}\right)dx = \int 1\,dx + \int \frac{2}{x+1}\,dx$$

$$= x + 2\ln|x+1| + c$$

1. $\int \frac{2x}{x-1}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x + \ln|x-1| + c$

B) $x + \ln|x-1| + c$

C) $2x + \ln(x-1)^2 + c$

D) $2x - \ln(x-1)^2 + c$

E) $x - \ln(x-1)^2 + c$

2. $\int \frac{4x+1}{2x+1}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - \ln|2x+1| + c$

B) $2x - \ln|2x+1| + c$

C) $2x + \ln|2x+1| + c$

D) $2x - \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$

E) $2x + \frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$

3. $\int \frac{x^2+2x+1}{x^2+1}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x - \ln(x^2+1) + c$

B) $x + \ln(x^2+1) + c$

C) $2x + \ln(x^2+1) + c$

D) $2x - \ln(x^2+1) + c$

E) $x + 2\ln(x^2+1) + c$

4. $\int \frac{x^2+x+1}{x+1}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2} + \ln|x+1| + c$

B) $x^2 + \ln|x+1| + c$

C) $\frac{x}{2} - \ln|x+1| + c$

D) $x^2 - \ln|x+1| + c$

E) $2x^2 + \ln|x+1| + c$

karekök

C D B A

köşetaşı

$\int \frac{2}{x^2-1}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

1) İntegrali alınan kesir iki basit kesrin toplamı şeklinde yazılır.

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

2) Paydalar eşitlendikten sonra her iki taraftaki paylar birbirine eşitlenir.

$$\frac{2}{x^2-1} = \underset{(x+1)}{\frac{a}{x-1}} + \underset{(x-1)}{\frac{b}{x+1}} \Rightarrow 2 = a(x+1) + b(x-1)$$

3) Polinom eşitliğiyle ya da değer verilerek a ve b bulunur.

$x = 1$ için $2 = 2a \Rightarrow a = 1$

$x = -1$ için $2 = -2b \Rightarrow b = -1$

$$\int \frac{2}{x^2-1}\,dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right)dx = \ln|x-1| - \ln|x+1| + c = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + c$$

1. $\int \frac{3x}{x^2+x-2}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln[(x+2)^2\,|x-1|] + c$

B) $\ln|(x+2)(x-1)| + c$

C) $\ln[|x+2|(x-1)^2] + c$

D) $\ln\left|\frac{2(x+2)}{x-1}\right| + c$

E) $\ln\left|\frac{|x+2|}{(x-1)^2}\right| + c$

2. $\int \frac{6}{x^2-9}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2-9| + c$

B) $\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right| + c$

C) $\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right| + c$

D) $\ln\left(\frac{x-3}{x+3}\right)^2 + c$

E) $2\ln|x^2-9| + c$

3. $\int \frac{3x+2}{x^2+2x}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\ln|x^2+2x| + c$

B) $\ln|x^2+2x| + c$

C) $\ln[|x|(x+2)^2] + c$

D) $\ln\frac{|x|}{(x+2)^2} + c$

E) $\ln\left|\frac{x}{x+2}\right| + c$

4. $\int \frac{4}{4-x^2}\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2-4| + c$

B) $2\ln|x^2-4| + c$

C) $2\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right| + c$

D) $\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right| + c$

E) $\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + c$

karekök

A B C D

köşetaşı

$\int x\, e^x\, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme" yöntemiyle alınamayan integrallerde kullanılan bir yöntem de "Kısmi İntegrasyon" yöntemidir. Ancak bu tip integraller karşınıza çok az çıkacaktır.

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$

İntegralin içindeki iki fonksiyondan biri u ya, kalan kısım ise dv ye eşitlenir. Temel soru; Hangisi u ya eşitlenecek? **L**ogaritma, **A**rc, **P**olinom, **T**rigonometrik, **Ü**stel kelimelerinin baş harfleriyle oluşan LAPTÜ kelimesinde hangisi daha solda ise diğer fonksiyona göre u önceliğine sahiptir.

L A P T Ü
↓ ↓
x e^x

x polinom tipi e^x üstel fonksiyon olduğundan kurala göre x, u önceliğine sahiptir.

Türev al ↓ $u = x$ → $du = dx$ | $e^x\, dx = dv$ → $e^x = v$ ↓ integral al

$$\int x\, e^x\, dx = x \cdot e^x - \int e^x\, dx = x\, e^x - e^x + c$$

1. $\int \ln x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x\ln x + c$
B) $x\ln x + x + c$
C) $x\ln x - x + c$
D) $\ln x + x + c$
E) $\ln x - x + c$

2. $\int 12x \cdot \ln x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3x^2(2\ln x - 1) + c$
B) $3x(2\ln x - 1) + c$
C) $3x(2\ln x + 1) + c$
D) $3x^2(2\ln x + 1) + c$
E) $-3x^2(2\ln x - 1) + c$

3. $\int x \cdot \sin x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x\cos x + \sin x + c$
B) $-x\cos x + \sin x + c$
C) $x\sin x - \cos x + c$
D) $x\cos x - \sin x + c$
E) $-x\cos x - \sin x + c$

4. $\int \arctan x\, dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x \cdot \arctan x + \ln(x^2 + 1) + c$
B) $x \cdot \arctan x - \ln(x^2 + 1) + c$
C) $x \cdot \arctan x - 2\ln(x^2 + 1) + c$
D) $x \cdot \arctan x - \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + c$
E) $x \cdot \arctan x + \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + c$

C | A | B | D

1. $\int (2x^2 - 1)^2 \cdot 12x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $(2x^2 - 1)^3 + c$
B) $(2x^2 - 1)^4 + c$
C) $3(2x^2 - 1)^3 + c$
D) $4(2x^2 - 1)^3 + c$
E) $2(2x^2 - 1)^3 + c$

2. $\int 3\sin^2 x \cdot \cos x\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos^3 x + c$
B) $\cos^3 x + c$
C) $-\sin^3 x + c$
D) $\sin^3 x + c$
E) $3\sin^3 x + c$

3. $\int 4\tan x \cdot \sec^2 x\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\tan^2 x + c$
B) $-\tan^2 x + c$
C) $\tan^2 x + c$
D) $2\tan^2 x + c$
E) $4\tan^2 x + c$

4. $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sin\sqrt{x} + c$
B) $\sin\sqrt{x} + c$
C) $-\cos\sqrt{x} + c$
D) $\cos\sqrt{x} + c$
E) $2\sin\sqrt{x} + c$

5. $\int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-e^{\cos^2 x} + c$
B) $e^{\cos^2 x} + c$
C) $-e^{\sin^2 x} + c$
D) $e^{\sin^2 x} + c$
E) $e^{\cos x} + c$

6. $\int \frac{4x}{x^2 + 1}\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln(x^2 + 1) + c$
B) $-\ln(x^2 + 1) + c$
C) $\ln(2x) + c$
D) $-\ln(2x) + c$
E) $2\ln(x^2 + 1) + c$

7. $\int \frac{6x}{\sqrt{1-9x^4}}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\arccos(3x^2)+c$ B) $\arccos(3x^2)+c$

C) $-\arcsin(3x^2)+c$ D) $-2\arccos(3x^2)+c$

E) $-2\arcsin(3x^2)+c$

8. $\int \frac{\sec^2 x}{1+\tan^2 x}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan x + c$ B) $\text{arccot} x + c$

C) $-\arctan x + c$ D) $-\text{arccot} x + c$

E) $x + c$

9. $\int 3x^3\, d(\ln x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3x^2+c$ B) $3x^3+c$ C) x^3+c

D) x^2+c E) $2x^3+c$

10. $\int e^{\sqrt{x}}dx$ **integralinde** $t=\sqrt{x}$ **dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

A) $\int e^t\,dt$ B) $\int 2e^t t\,dt$ C) $\int \frac{e^t}{t}dt$

D) $\int e^t t\,dt$ E) $\int e^t\sqrt{t}\,dt$

11. $\int \frac{x}{x+1}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x-\ln|x+1|+c$ B) $x+\ln|x+1|+c$

C) $x^2-\ln|x+1|+c$ D) $x^2+\ln|x+1|+c$

E) $1-\ln|x+1|+c$

12. $\int \frac{3x-2}{x^2-x}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x^2-x|+c$ B) $\ln[x^2|x-1|]+c$

C) $2\ln|x^2-x|+c$ D) $\ln[|x|\cdot(x-1)^2]+c$

E) $\ln[x^2\cdot(x-1)^2]+c$

13. $\int x\cos x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x\cos x - \sin x + c$
B) $x\sin x - \cos x + c$
C) $x\sin x + \cos x + c$
D) $x\cos x - \cos x + c$
E) $x\sin x - \sin x + c$

1 A 2 D 3 D 4 B 5 A 6 E 7 A 8 E 9 C 10 B 11 A 12 B 13 C

KONU TESTİ - 1

1. $\int \frac{1}{4\sqrt{x+1}}dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{x+1}+c$ B) $2\sqrt{x+1}+c$ C) $4\sqrt{x+1}+c$

D) $8\sqrt{x+1}+c$ E) $\frac{1}{2}\sqrt{x+1}+c$

2. $\int \frac{2x^2-2x+1}{x-1}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2+\ln|x-1|+c$ B) $x^2-\ln|x-1|+c$

C) $x+\ln|x-1|+c$ D) $x-\ln|x-1|+c$

E) $x^2-2\ln|x-1|+c$

3. $\int \frac{x-1}{x^2-2x}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2\ln|x^2-2x|+c$ B) $-\frac{1}{2}\ln|x^2-x|+c$

C) $\frac{1}{2}\ln|x^2-2x|+c$ D) $2\ln|x^2-x|+c$

E) $\ln|x^2-2x|+c$

4. $\int 3(1-\sin^2 x)\cos x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\sin x+\sin^3 x+c$
B) $3\sin x-\sin^3 x+c$
C) $3\cos x+\cos^3 x+c$
D) $3\cos x-\cos^3 x+c$
E) $3\sin x-\cos^3 x+c$

5. $\int \cos x\cdot\sec^3 x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\tan x + c$ B) $\text{cosec} x + c$

C) $-\sec x + c$ D) $-\text{cosec} x + c$

E) $\tan^2 x + c$

6. $\int \frac{3\ln^2 x}{x}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln^2 x+c$ B) $\ln^2 x+c$

C) $x\ln^2 x+c$ D) $3\ln^3 x+c$

E) $\ln^3 x+c$

7. **Aşağıdaki integrallerden hangisinin sonucunu bulmak için "kısmi integrasyon" yöntemi uygulanmalıdır?**

A) $\int (x^2+1)^3 x\,dx$ B) $\int \cos^4 x\sin x\,dx$

C) $\int e^{\tan x}\cdot\sec^2 x\,dx$ D) $\int x\arcsin x\,dx$

E) $\int \sqrt{x+2}\,dx$

8. $\int \frac{4}{1+4x^2}dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan 2x + c$
B) $2\arctan 2x + c$
C) $\text{arccot} 2x + c$
D) $2\text{arccot} 2x + c$
E) $\ln(1+4x^2)+c$

9. $\int \frac{\sin x}{2\sqrt{1+\cos x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{1+\cos x}+c$
B) $\sqrt{1+\cos x}+c$
C) $-\cos\frac{x}{2}+c$
D) $\cos\frac{x}{2}+c$
E) $-\sqrt{1+\sin x}+c$

10. $\int \frac{3(\sqrt{x}+1)^2}{2\sqrt{x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(\sqrt{x}+1)^2+c$
B) $3(\sqrt{x}+1)^2+c$
C) $(\sqrt{x}+1)^3+c$
D) $3(\sqrt{x}+1)^3+c$
E) $3(\sqrt{x}-1)^2+c$

11. $\int \frac{1}{\tan x}\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|\cos x|+c$
B) $\ln|\sin x|+c$
C) $\ln|\tan x|+c$
D) $\ln|\cot x|+c$
E) $\tan x+c$

12. **$f(x)=\frac{x+1}{2}$ olduğuna göre $\int d(f^{-1}(x))$ integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) x^2+c
B) $2x^2+c$
C) $\frac{x}{2}+c$
D) $x+c$
E) $2x+c$

13. $\int e^{x^2+2x}\cdot 2x\,dx+\int 2e^{x^2+2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $xe^{x^2+2x}+c$
B) $(x+2)e^{x^2+x}+c$
C) $e^{x^2+2x}+c$
D) $e^{2(x^2+x)}+c$
E) $e^{(x^2+2x)^2}+c$

14. $\int (e^{2x}-e^x)\,dx$

integralinde $e^x=t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int (t^2-t)\,dt$
B) $\int (t-1)\,dt$
C) $\int (t^3+t^2)\,dt$
D) $\int (t^2+1)\,dt$
E) $\int (t+1)\,dt$

15. $\int 3(\tan^4 x+\tan^2 x)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan^3 x+c$
B) $3\tan^3 x+c$
C) $\tan^2 x+c$
D) $3\tan^2 x+c$
E) $3\tan x+c$

16. $\int (\cos^4 x-\sin^4 x)\sin 2x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2}\sin^2 2x+c$
B) $\frac{1}{4}\sin^2 2x+c$
C) $\frac{1}{2}\cos^2 2x+c$
D) $\frac{1}{4}\cos^2 2x+c$
E) $\frac{1}{2}\sin^2 x+c$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
E	A	C	B	A	E	D	B	A	C	B	E	C	B	A	B

KONU TESTİ (Çözümler)

integral alma yöntemleri

1. $x+1=u$ ise $dx=du$

$$\int \frac{1}{4\sqrt{u}}\,du \int \frac{1}{4}u^{-\frac{1}{2}}\,du=\frac{1}{4}\cdot\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+c=\frac{1}{2}\sqrt{u}+c$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{x+1}+c$$

Doğru seçenek "E" dir.

2. $$\int \frac{2x^2-2x+1}{x-1}\,dx=\int\left(\frac{2x(x-1)}{x-1}+\frac{1}{x-1}\right)dx$$

$$=\int\left(2x+\frac{1}{x-1}\right)dx$$

$$=x^2+\ln|x-1|+c$$

Doğru seçenek "A" dır.

3. $x^2-2x=u$ ise $(2x-2)\,dx=du$

$$(x-1)\,dx=\frac{du}{2}$$

$$\int \frac{(x-1)}{x^2-2x}\,dx=\frac{1}{2}\int\frac{du}{u}=\frac{1}{2}\ln|u|+c$$

$$=\frac{1}{2}\ln|x^2-2x|+c$$

Doğru seçenek "C" dir.

4. $\sin x=u$ ise $\cos x\,dx=du$

$$\int 3(1-\sin^2 x)\cos x\,dx=\int 3(1-u^2)\,du$$

$$=\int (3-3u^2)\,dx$$

$$=3u-u^3+c$$

$$=3\sin x-\sin^3 x+c$$

Doğru seçenek "B" dir.

5. $$\int \cos x\cdot\frac{1}{\cos^3 x}\,dx=\int\frac{1}{\cos^2 x}\,dx$$

$$=\int \sec^2 x\,dx$$

$$=\tan x+c$$

Doğru seçenek "A" dır.

6. $\ln x=u$ ise $\frac{1}{x}\,dx=du$

$$\int \frac{3\ln^2 x}{x}\,dx=\int 3(\ln x)^2\cdot\frac{1}{x}\,dx$$

$$=\int 3u^2\,du$$

$$=u^3+c$$

$$=\ln^3 x+c$$

Doğru seçenek "E" dir.

7. $\int x\arcsin x\,dx$ integrali

$u=\arcsin x$ ve $x\,dx=du$

dönüşümü yapılarak kısmi integrasyon ile alınabilir.

Doğru seçenek "D" dir.

8. $2x=u$ ise $2\,dx=du$

$4\,dx=2\,du$

$$\int \frac{4}{1+4x^2}\,dx=\int\frac{1}{1+(2x)^2}\cdot 4\,dx=\int\frac{1}{1+u^2}\cdot 2\,du$$

$$=2\arctan u+c$$

$$=2\arctan 2x+c$$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

9. $1 + \cos x = u$ ise $-\sin x\,dx = du$

$\sin x\,dx = -du$

$$\int \frac{-du}{2\sqrt{u}} = -\sqrt{u} + c = -\sqrt{1+\cos x} + c$$

Doğru seçenek "A" dır.

10. $\sqrt{x} + 1 = u$ ise $\frac{1}{2\sqrt{x}}dx = du$

$$\int \frac{3(\sqrt{x}+1)^2}{2\sqrt{x}}dx = \int 3u^2\,du = u^3 + c$$

$$= (\sqrt{x}+1)^3 + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

11. $\int \frac{1}{\tan x}dx = \int \cot x\,dx = \int \frac{\cos x}{\sin x}dx$ olur.

$\sin x = u$ ise $\cos x\,dx = du$

$$\int \frac{\cos x}{\sin x}dx = \int \frac{1}{u}du = \ln|u| + c$$

$$= \ln|\sin x| + c$$

Doğru seçenek "B" dir.

12. $\int d(f^{-1}(x)) = f^{-1}(x) + c$

f(x) in ters fonksiyonu $f^{-1} = 2x - 1$ olduğu için integralin sonucu 2x + c olur.

Doğru seçenek "E" dir.

13. $\int e^{x^2+2x}\cdot 2x\,dx + \int 2e^{x^2+2x}\,dx$

$$= \int (e^{x^2+2x}\cdot 2x + 2e^{x^2+2x})\,dx$$

$$= \int e^{x^2+2x}\cdot(2x+2)\,dx \text{ integralinde}$$

$x^2 + 2x = u$ ve $(2x+2)\,dx = du$ yazılırsa

$$\int e^u\,du = e^u + c = e^{x^2+2x} + c$$

Doğru seçenek "C" dir.

14. $e^x = t$ ise $e^x\,dx = dt$

$$\int (e^{2x} - e^x)\,dx = \int (e^x - 1)\,e^x\,dx$$

$$= \int (t-1)\,dt$$

Doğru seçenek "B" dir.

15. $\int 3(\tan^4 x + \tan^2 x)\,dx = \int 3\tan^2 x(1+\tan^2 x)\,dx$

integralinde $\tan x = u$ ve $(1+\tan^2 x)\,dx = du$ yazılırsa,

$$\int 3u^2\,du = u^3 + c = \tan^3 x + c \text{ bulunur.}$$

Doğru seçenek "A" dır.

16. $\int (\cos^4 x - \sin^4 x)\sin 2x\,dx$

$$= \int \underbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}_{\cos 2x}\underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_{1}\sin 2x\,dx$$

$$= \int \cos 2x\cdot\sin 2x\cdot dx$$

$\sin 2x = u$ ve $2\cos 2x\,dx = du$ dönüşümü ile

$$\frac{1}{2}\int u\,du = \frac{1}{2}\cdot\frac{u^2}{2} + c = \frac{1}{4}\sin^2 2x + c \text{ bulunur.}$$

Doğru seçenek "B" dir.

karekök

1. $\int \sin(e^x)\cdot e^x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\sin(e^x) + c$
B) $\sin(e^x) + c$
C) $-\cos(e^x) + c$
D) $\cos(e^x) + c$
E) $-e^x\cos(e^x) + c$

2. $\int 2f''(x)\cdot f'(x)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $[f''(x)]^2 + c$
B) $[f'(x)]^2 + c$
C) $[f(x)]^2 + c$
D) $2[f''(x)]^2 + c$
E) $2[f'(x)]^2 + c$

3. $\int -\sin(\sin^2 x)\cdot \sin 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos(\sin^2 x) + c$
B) $\cos(\cos^2 x) + c$
C) $-\cos(\sin^2 x) + c$
D) $\sin(\sin^2 x) + c$
E) $-\sin(\sin^2 x) + c$

4. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ **integralinde $t = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $\int \frac{2t}{t+1}dt$
B) $\int \frac{t}{t+1}dt$
C) $\int \frac{2t^2}{t+1}dt$
D) $\int \frac{t^2}{t+1}dt$
E) $\int \frac{2t^2}{t^2+1}dt$

5. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + c$
B) $2\sqrt{x^2+1} + c$
C) $4\sqrt{x^2+1} + c$
D) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + c$
E) $\sqrt{x^2+1} + c$

6. $\int e^{\cos x}\sin x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{\sin x}\cdot\cos x + c$
B) $e^{-\sin x}\cdot\cos x + c$
C) $e^{\cos x} + c$
D) $-e^{\cos x} + c$
E) $-e^{\sin x} + c$

7. $\int (x^2 + 4x)^3\cdot(8x + 16)\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x^2 + 4x)^4 + c$
B) $\frac{1}{4}(x^2 + 4x)^4 + c$
C) $\frac{1}{2}(x^2 + 4x)^4 + c$
D) $2(x^2 + 4x)^4 + c$
E) $4(x^2 + 4x)^4 + c$

8. $\int e^x\cos x\,dx$

integralinde aşağıdaki dönüşümlerden hangisi yapılırsa sonucu bulunabilir?

A) $u = e^x$ ve $\cos x\,dx = dv$
B) $u = \cos x$ ve $\sin x\,dx = dv$
C) $u = \cos x$ ve $e^x dx = dv$
D) $u = \sin x$ ve $e^x dx = dv$
E) $u = e^x$ ve $\sin x\,dx = dv$

karekök

9. $\int \frac{e^x+1}{e^x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x + e^x + c$
B) $e^x - x + c$
C) $x + e^{-x} + c$
D) $x - e^{-x} + c$
E) $e^{-x} - x + c$

10. $\int \frac{e^{\arctan x}}{1+x^2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{\tan x} + c$
B) $\arctan x + c$
C) $e^{\arctan x} + c$
D) $-e^{\text{arccot} x} + c$
E) $e^{\text{arccot} x} + c$

11. $\int \ln(\ln x)\,dx$ **integralinde $\ln x = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdakilerden hangisine eşit olur?**

A) $\int e^u \ln u\,du$
B) $\int e^u\,du$
C) $\int \ln u\,du$
D) $\int u\,du$
E) $\int u \ln u\,du$

12. $\int \frac{\sin x}{1+\cos 2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{2\cos x}+c$
B) $\frac{1}{2\cos x}+c$
C) $-\frac{1}{\cos x}+c$
D) $\frac{1}{2\sin x}+c$
E) $-\frac{1}{2\sin x}+c$

13. $\int \frac{4\cot x}{1-\cos 2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cot^2 x + c$
B) $\cot^2 x + c$
C) $-\tan^2 x + c$
D) $\tan^2 x + c$
E) $-2\cot^2 x + c$

14. $\int \left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)(x+1)^2\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)^2+c$
B) $\left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)^3+c$
C) $2\left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)^2+c$
D) $\frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)^2+c$
E) $\frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{3}+x^2+x\right)^3+c$

karekök

15. $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\sqrt{1-x^2}+c$
B) $-\sqrt{x^2-1}+c$
C) $2\arcsin x + c$
D) $2\arccos x + c$
E) $-2\sqrt{1-x^2}+c$

16. $\int \frac{e^{-x}}{1+e^{-2x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\text{arccot}(e^{-x}) + c$
B) $\arctan(e^{-x}) + c$
C) $\ln(1 + e^{-x}) + c$
D) $\ln(1 + e^{-2x}) + c$
E) $e^x - e^{-x} + c$

1 C 2 B 3 A 4 C 5 E 6 D 7 A 8 C 9 D 10 C 11 A 12 B 13 A 14 D 15 A 16 A

ÖSYS SORULARI

1. $\int 3(x^2-3x+1)^2(2x-3)\,dx$

değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $6(x^2-3x+1)(2x-3)^2+c$
B) $6(x^2-3x+1)(2x-3)+c$
C) $(x^2-3x+1)^3+c$
D) $(x^2-3x+1)^2(x^2-3x)+c$
E) $3(x^2-3x+1)^2+c$

(1967)

2. $\int \sin x \cos x\,dx$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\cos 2x}{4}+c$
B) $\frac{1}{2}\sin 2x+c$
C) $\frac{1}{2}\sin^2 x+c$
D) $\frac{1}{2}\cos 2x+c$
E) $\frac{1}{2}\cos^2 x+c$

(1973)

3. $\int \frac{dx}{x^2-1}$

aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+c$
B) $\frac{x}{x^2-1}+c$
C) $\frac{x^3-x}{3}+c$
D) $\ln\left|\frac{1}{x^2-1}\right|+c$
E) $\ln\left|\frac{x+1}{x^2-1}\right|+c$

(1974)

karekök

4. $\int \sin^2 x \cos x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^4 x}{4}+c$
B) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$
C) $\frac{\cos^3 x}{3}+c$
D) $\frac{\sin 3x}{3}+c$
E) $\frac{\sin^3 x \cos^2 x}{6}+c$

(1974)

5. $\int f(x).f'(x)\,dx$

integrali alındığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\frac{1}{2}[f(x)]^2+c$
B) $\ln|f(x)|+c$
C) $e^{f(x)}+c$
D) $\frac{1}{f(x)}+c$
E) $\sqrt{f(x)}+c$

(ÖYS 1987)

6. $\int -\cos(\cos^2 x)\sin 2x\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin(\cos x) + c$
B) $\cos(\sin x) + c$
C) $\cos(\sin^2 x) + c$
D) $\sin(\cos^2 x) + c$
E) $\sin(\cos^2 x) + \cos(\sin^2 x) + c$

(ÖYS 1992)

7. $\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}dx$ integralinde $u=\sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$
B) $\int \frac{1+u}{1-u}du$
C) $\frac{1}{2}\int \frac{1+u}{1-u}du$
D) $2\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$
E) $2\int \frac{u(1+u)}{1-u}du$

(ÖYS 1994)

8. $\int \frac{x+3}{x^2-9x+14}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$
B) $2\ln|x-2| + 2\ln|x+5| + c$
C) $2\ln|x-7| - \ln|x-2| + c$
D) $\ln|x-1| - 2\ln|x+3| + c$
E) $5\ln|x-7| + 3\ln|x-2| + c$

(ÖYS 1995)

9. $\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{20}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$
B) $\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$
C) $\frac{4}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$
D) $-\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$
E) $-\frac{20}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3}+c$

(ÖYS 1997)

10. $\int \frac{5x+2}{x^2-4}dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$
B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$
C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$
D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$
E) $5\ln|x^2-4| + c$

(ÖYS 1998)

11. $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$ integralinde $u=\sqrt{x}$

dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \ln u\, du$
B) $\int 2\ln u\, du$
C) $\int \frac{\ln u}{u}du$
D) $\int \frac{\ln u}{2u}du$
E) $\int u\ln u\, du$

(LYS 2011)

karekök

1 C 2 C 3 A 4 B 5 A 6 D 7 E 8 C 9 A 10 A 11 B

BÖLÜM 3

Belirli İntegral

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Belirli integralin değerini hesaplar.
2. Sonucu bilinen belirli integralin bilinmeyen sınır değerini bulur.
3. Değişken değiştirme yaparak belirli integralin değerini hesaplar.
4. Basit kesirlere ayırma yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
5. Kısmi integrasyon yöntemiyle belirli integralin değerini hesaplar.
6. İstenen dönüşümü yaparak belirli integralin eşitini bulur.
7. Belirli integral hesabında sınırla ilgili özellikleri kullanır.
8. Parçalı fonksiyonlar için belirli integral hesaplar.
9. Mutlak değer fonksiyonu için integral hesaplar.
10. Diferansiyel içeren belirli integrallerin sonucunu bulur.
11. Belirli integralin türevini alır.

köşetaşı

$\int_{-1}^{1}(3x^2-4x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

Bu bölümde ikinci bölümde öğrendiğimiz integral alma yöntemlerini kullanarak integral hesabı yapacağız. İlaveten bir kaç özellik daha öğreneceğiz.

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big]_a^b = f(b)-f(a)$$

işlemine "Belirli İntegral Alma" denir. a: integralin alt sınırı b: integralin üst sınırı

i) Öncelikle 1. ve 2. bölümde öğrendiğimiz gibi integral alınır.

$$\int (3x^2-4x)\,dx = x^3-2x^2+c$$

ii) Bulunan sonuçta x yerine önce üst sınır (1) sonra alt sınır (–1) yazılır ve farkları hesaplanır.

İntegral sabiti (c) bu işlemde sıfırlanacağı için hesaba katılmaz.

$$\left.\begin{aligned} x=1 \text{ için } & x^3-2x^2=1-2=-1 \\ x=-1 \text{ için } & x^3-2x^2=-1-2=-3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow (-1)-(-3)=2$$

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int_0^{e-1} \frac{2}{x+1}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\int_0^{\ln 2} 4\cdot e^{2x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $\int_0^{1} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

karekök

D E C D

köşetaşı

$\int_0^k (4x^3-3x^2)\,dx = k^3$ **eşitliğini sağlayan k nın pozitif değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

$$\int_0^k (4x^3-3x^2)\,dx = x^4-x^3\Big|_0^k$$
$$=(k^4-k^3)-0$$
$$=k^4-k^3$$

Şimdi bulduğumuz bu sonucu integralin sonucu k^3 değerine eşitleyelim.

$$k^4-k^3=k^3 \Rightarrow k^4=2k^3$$
$$\Rightarrow k=2$$

1. $\int_0^a (3x^2+2x)\,dx = 2a$

olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int_0^a (\cos x-\sin x)\,dx = -1+\sin a$

olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π

3. $\int_2^k \frac{1}{t}\,dt = \ln 3$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $\int_{\ln a}^{\ln b} e^x\,dx = 4$ ve $b+a=3$

olduğuna göre, a^2-b^2 kaçtır?

A) –12 B) –6 C) 1 D) 6 E) 12

karekök

B C D A

köşetaşı

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\sin^2 x \cos x \, dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

"Değişken Değiştirme Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$

$\int 3\sin^2 x \cos x \, dx = \int 3u^2 \, du = u^3 + c = \sin^3 x + c$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım, integral sabiti c yi hesaba katmanıza gerek yoktur.

$\sin^3 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \sin^3 \frac{\pi}{2} - \sin^3 0 = 1 - 0 = 1$

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\cos^2 x \cdot \sin x \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int_1^e \frac{\ln x^2}{x} dx$

integralinin değeri kaça eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\int_0^{\sqrt{\ln 2}} 4x e^{(x^2)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. $\int_1^2 6(x^2 - 4x + 1)^2 \cdot (x - 2) \, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –25 B) –19 C) 0 D) 19 E) 25

karekök

D A C B

köşetaşı

$\int_0^2 \frac{2}{x^2-1} dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

"Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{\underset{(x+1)}{x-1}} + \frac{b}{\underset{(x-1)}{x+1}}$

$2 = a(x+1) + b(x-1)$

$x = 1$ için $a = 1$

$x = -1$ için $b = -1$ bulunur.

$\int_0^2 \frac{2}{x^2-1} dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) dx = (\ln|x-1| - \ln|x+1|)\Big|_0^2$

$= (\ln 1 - \ln 3) - (\ln 1 - \ln 1)$

$= \ln\frac{1}{3} = -\ln 3$

1. $\int_0^1 \frac{4}{4-x^2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –ln3 B) –ln2 C) 0 D) ln2 E) ln3

2. $\int_2^4 \frac{1}{x(x-1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\ln\frac{2}{3}$ C) $\ln\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\ln\frac{4}{3}$

3. $\int_1^2 \frac{2x+1}{x(x+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) ln2 C) ln3 D) ln4 E) ln6

4. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2} - \ln 3$ B) $\frac{1}{2} + \ln 3$ C) 1 – ln3 D) 1 + ln3 E) ln3

karekök

E C C A

köşetaşı

$\int_e^1 \ln x\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

"Kısmi İntegrasyon Yöntemi" ile integralin eşitini bulalım.

$\ln x = u \qquad dx = dv$

$\frac{1}{x}dx = du \qquad x = v$

$\int u\,dv = u\cdot v - \int v\,du = x\ln x - \int x\cdot\frac{1}{x}dx$

$= x\ln x - x + c$

Şimdi sınır değerlerini x yerine yazalım.

$x\ln x - x\Big|_e^1 = (1\cdot\ln 1 - 1) - (e\cdot\ln e - e) = (0-1)-(e-e) = -1$

1. $\int_1^e 4x\ln x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e^2-1 B) 1 C) e^2 D) e^2+1 E) e^2-2

2. $\int_1^0 x\,e^x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

4. $\int_{-1}^{1} \arctan x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

karekök

D B C C

köşetaşı

$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$ **integralinde x = cost dönüşümü yaparak integralin eşitini bulunuz.**

açıklamalı çözüm

$x = \cos t \Rightarrow dx = -\sin t\,dt$

Şimdi sınırları değiştirelim.

$x_1 = 0 \Rightarrow 0 = \cos t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2}$ (alt sınır)

$x_2 = 1 \Rightarrow 1 = \cos t_2 \Rightarrow t_2 = 0$ (üst sınır)

$\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sqrt{1-\cos^2 t}\cdot(-\sin t)\,dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin t\cdot(-\sin t)\,dt = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin^2 t\,dt$

1 - 4. sorularda integrallerin yanlarında verilen dönüşümleri kullanarak eşitlerini yazınız.

1. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx = ?$ $(x = 2\sin t)$

A) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 t\,dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 2\cos^2 t\,dt$ C) $\int_0^{\pi/2} 4\cos^2 t\,dt$ D) $\int_0^{\pi/2} \sin^2 t\,dt$ E) $\int_0^{\pi/2} 4\sin^2 t\,dt$

2. $\int_1^9 e^{\sqrt{x}}\,dx = ?$ $(\sqrt{x} = t)$

A) $\int_1^3 e^t\,dt$ B) $\int_1^3 t\,e^t\,dt$ C) $\int_3^1 t\,e^t\,dt$ D) $\int_3^1 2t\,e^t\,dt$ E) $\int_1^3 2t\,e^t\,dt$

3. $\int_0^{64} (\sqrt{x}-\sqrt[3]{x})\,dx = ?$ $(x = t^6)$

A) $\int_0^2 (t^3-t^2)\,dt$ B) $\int_0^2 (t^5-t^4)\,dt$ C) $\int_0^2 (t^8-t^7)\,dt$ D) $\int_0^2 6(t^8-t^7)\,dt$ E) $\int_2^0 6(t^8-t^7)\,dt$

4. $\int_3^0 \sqrt{9+x^2}\,dx = ?$ $(x = 3\tan t)$

A) $\int_{\pi/4}^{0} 9\sec^3 t\,dt$ B) $\int_0^{\pi/4} 9\sec^3 t\,dt$ C) $\int_0^{\pi/4} \sec^3 t\,dt$ D) $\int_{\pi/4}^{0} 9\sec^4 t\,dt$ E) $\int_{\pi/4}^{\pi} 9\sec^3 t\,dt$

karekök

C E D A

köşetaşı

$$\int_1^3 f(x)\,dx = 4 \quad \text{ve} \quad \int_3^2 f(x)\,dx = -2$$

olduğuna göre, $\int_2^1 f(x)\,dx$ kaça eşittir?

açıklamalı çözüm

1) $\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$

özelliğinden yararlanırsak

$$\int_1^3 f(x)\,dx + \int_3^2 f(x)\,dx = \int_1^2 f(x)\,dx = 4 + (-2) = 2$$

2) $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$

özelliği kullanıldığında ise

$$\int_2^1 f(x)\,dx = -\int_1^2 f(x)\,dx = -2$$

AYRICA

$$\int_a^a f(x)\,dx = 0$$

İntegralin sınırları birbirine eşitse sonucu sıfırdır.

1. $\int_5^8 \frac{3x}{\sqrt{x-4}}\,dx = 38$

olduğuna göre, $\int_8^5 \frac{3x}{\sqrt{x-4}}\,dx$ değeri kaçtır?

A) –38 B) –20 C) 0 D) 20 E) 38

2. $\int_1^2 \ln x\,dx + \int_2^1 \ln x\,dx$

değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $\int_1^2 f(x)\,dx + \int_2^3 f(x)\,dx = \int_1^3 2x\,dx$

olduğuna göre, $\int_3^1 f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –8 B) –6 C) 0 D) 6 E) 8

4. $\int_0^\pi \cos^2 x\,dx - \int_\pi^0 \sin^2 x\,dx$

işleminin sonucu kaçtır?

A) $-\pi$ B) –1 C) 0 D) 1 E) π

karekök

A | C | A | E

köşetaşı

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 3x^2, & x < 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

f(x) in kritik değeri x = 0 olduğundan integrali bu değere göre iki parça halinde yazalım.

$$\int_{-1}^1 f(x)\,dx = \int_{-1}^0 3x^2\,dx + \int_0^1 2x\,dx$$
$$= x^3\Big|_{-1}^0 + x^2\Big|_0^1$$
$$= 0 - (-1) + 1 - 0$$
$$= 2$$

1. $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 0 \\ 4, & x < 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^1 f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1 \\ 1, & -1 \leq x < 1 \\ 3x^2, & x \geq 1 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ \cos x, & x \geq 0 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx + \int_{\pi}^{2\pi} f(x)\,dx$ toplamının değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -2 \\ 2x, & x \geq -2 \end{cases}$

$g(x) = \begin{cases} -2x^2, & x \geq -1 \\ 1, & x < -1 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-2}^0 f(x)\cdot g(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

karekök

E | D | A | B

köşetaşı

$\int_0^4 |2x-4|\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

açıklamalı çözüm

$2x-4=0 \Rightarrow x=2$ (kritik değer)

i) $x \geq 2$ ise $|2x-4| = 2x-4$

ii) $x < 2$ ise $|2x-4| = -2x+4$

Köşetaşındaki integralin sınırlarını bir önceki köşetaşında olduğu gibi parçalayalım.

$$\int_0^4 |2x-4|\,dx = \int_0^2 (-2x+4)\,dx + \int_2^4 (2x-4)\,dx$$

$$= (-x^2+4x)\Big|_0^2 + (x^2-4x)\Big|_2^4$$

$$= (-4+8)-0+(16-16)-(4-8)$$

$$= 8$$

1. $\int_{-2}^{2} |4x|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

2. $\int_0^1 |3-3x^2|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\int_{-2}^{0} (|x+2|-|x-2|)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

4. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} |\cos 2x|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

karekök

D B A D

köşetaşı

1. $\int_0^3 d(x^2+3)$ **2.** $\int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2}$

integrallerinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

$$\int_a^b d(f(x)) = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a)$$

1. $\int_0^3 d(\underbrace{x^2+3}_{u}) = (\underbrace{x^2+3}_{u})\Big|_0^3 = (9+3)-(0+3) = 9$

2. $x^2 = u$ alınırsa;

$$\int \frac{d(x^2)}{x^2} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$$\int_1^e \frac{d(x^2)}{x^2} = \ln x^2\Big|_1^e = \ln e^2 - \ln 1^2 = 2-0 = 2$$

HATIRLATMA

$d(f(x)) = f'(x)\,dx$

Örneğin;

$d(x^2) = 2x \cdot dx$

1. $\int_1^4 dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int_1^e d(\ln x)$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

olduğuna göre, $\int_0^{-2} d(f^{-1}(x))$ **değeri kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\int_1^4 \frac{d(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) ln2 C) 1 D) ln4 E) 2

karekök

C B E B

köşetaşı

1. $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_{-1}^{4} e^t \cos t\, dt$ 2. $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_{3x}^{2x} e^t \cos t\, dt$

türevlerinin eşiti nedir?

açıklamalı çözüm

1. Belirli integralin sınır değerleri sabit sayı ya da türev alınan değişkenden farklı olursa sonuç sıfırdır.

$$\frac{d}{dx}\int_a^b f(x)\,dx = 0$$

$$\frac{d}{dx}\int_{-1}^{4} e^t \cos t\, dt = 0$$

2. İntegralin sınırları x e bağlı olduğunda aşağıdaki kural uygulanarak türev alınır.

$$\frac{d}{dx}\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,dt = v'(x)\cdot f(v(x)) - u'(x)\cdot f(u(x))$$

$$\frac{d}{dx}\int_{3x}^{2x} \underbrace{e^t \cos t}_{f(t)}\, dt = (2x)'\, f(2x) - (3x)' f(3x) = 2\cdot e^{2x}\cdot \cos 2x - 3\cdot e^{3x}\cdot \cos 3x$$

1. $f(x) = \displaystyle\int_1^2 x \sin x\, dx$

olduğuna göre, f'(x) kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $y = f(x) = \displaystyle\int_1^{2x} \ln t\, dt$

olduğuna göre, $\dfrac{dy}{dx}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ln2x B) ln4x C) $\ln 4x^2$ D) ln2 E) ln4

3. $\dfrac{d}{dt}\displaystyle\int_t^1 \sin^2 x\, dx$

türevinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\cos^2 t$ B) $-\cos^2 x$ C) $-\sin^2 t$ D) $-\sin^2 x$ E) 0

4. $f(x) = \displaystyle\int_1^x e^t \cdot t\, dt$

fonksiyonunun dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

A | C | C | B

1. $\displaystyle\int_0^1 x(3x-4x^2)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\displaystyle\int_2^b \frac{1}{x}\,dx = \ln\frac{2}{b}$

olduğuna göre, b kaça eşittir?

A) −2 B) −1 C) 1 D) 2 E) 4

3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x}{1+x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) ln2 C) ln3 D) 1 E) ln4

4. $\displaystyle\int_0^1 \frac{4}{4x^2-1}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −ln3 B) −ln2 C) 0 D) ln2 E) ln3

5. $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x \sin x\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) -2π B) $-\pi$ C) 0 D) π E) 2π

6. $\displaystyle\int_2^0 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\,dx$

integrali x = 2tant dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $\displaystyle\int_2^0 \sec t\, dt$ B) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \sec t\, dt$

C) $\displaystyle\int_{\pi/4}^0 \sec t\, dt$ D) $\displaystyle\int_{\pi/4}^0 2\sec t\, dt$

E) $\displaystyle\int_{\pi/4}^0 2\sec^2 t\, dt$

karekök

7. $\int_1^3 f(x)\,dx + \int_3^5 f(x)\,dx = \int_5^1 (4x-x^3)\,dx$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x-x^3$ B) $4x-x^3+c$
C) x^3-4x D) x^3-4x+2
E) $4-3x^2$

8. $f(x)=\begin{cases}4(x-1)^3, & x\geq 1\\ 3(x+1)^2, & x<1\end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x-\sin x|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}-2$
D) $\sqrt{2}+1$ E) $2\sqrt{2}+2$

10. $\int_1^2 x\,d(\ln x)$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

11. $\frac{d}{dx}\int_1^{x^3} f(t)\,dt = x^4+5$

olduğuna göre, f(1) kaça eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

karekök

1	C	2	D	3	B	4	A	5	E	6	C	7	C	8	D	9	C	10	B	11	C

KONU TESTİ - 1

1. $\int_0^{\pi} e^{\sin x}\cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2 x\sin 2x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\left(\int_0^a 2x\,dx\right)^2 = \int_0^a 3x^2\,dx$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f(x)=\int_1^x \sqrt{1+t^2}\,dt$

olduğuna göre, $f'(\sqrt{3})$ değeri kaçtır?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) 2 E) $\sqrt{5}$

5. $\int_{-1}^1 (2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 0 E) 1

6. $\int_1^e \frac{x+1}{x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −e B) −1 C) 0 D) 1 E) e

7. $f^{-1}(x)=\ln x$

olduğuna göre, $\int_{\ln 2}^{\ln 5} df(x)$ integralinin değeri kaçtır?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

8. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{2}{1+4x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

karekök

9. $\int_{1}^{2} |x|\cdot|3x-2|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\int_{0}^{a} (\cos^2 x-\sin^2 x)\,dx=\frac{\cos a}{2}$

eşitliğini sağlayan a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{2\pi}{3}$

11. $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=8$ ve $\int_{-1}^{5} f(x)\,dx=6$

olduğuna göre, $\int_{5}^{2} f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

12. $\int_{0}^{\pi} \cos(\sin x)\cdot\cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

13. $f(a)-f(b)=4$

olduğuna göre, $\int_{a}^{b} f'(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

14. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos x)}{\cos x}$

integralinin değeri kaçtır?

A) –ln2 B) –1 C) 0 D) 1 E) ln2

15. $\int_{0}^{-1} x\cdot e^{-x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

16. $\int_{0}^{\frac{1}{6}} \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

karekök

1 A 2 B 3 A 4 D 5 B 6 E 7 E 8 D 9 D 10 B 11 E 12 C 13 A 14 A 15 C 16 B

KONU TESTİ (Çözümler)

1. $\sin x = u$ ise $\cos x\,dx = du$

$$\int_{0}^{\pi} e^{\sin x}\cos x\,dx\int_{u_1}^{u_2} e^{u}\,du=e^{\sin x}\Big|_{0}^{\pi}$$

$$=e^{\sin\pi}-e^{\sin 0}$$

$$=1-1=0$$

Doğru seçenek "A" dır.

2. $\sin^2 x = u$ ise $2\sin x\cos x\,dx = du$

$\sin 2x\,dx = du$

$$\int_{0}^{\pi/2} 2\sin^2 x\sin x\,dx=\int_{u_1}^{u_2} 2u\,du=u^2\Big|_{u_1}^{u_2}$$

$$=\sin^4 x\Big|_{0}^{\pi/2}$$

$$=\sin^4\frac{\pi}{2}-\sin^4 0$$

$$=1-0=1$$

Doğru seçenek "B" dir.

3. $$\left(\int_{0}^{a} 2x\,dx\right)^2=\int_{0}^{a} 3x^2\,dx$$

$$\left(x^2\Big|_{0}^{a}\right)^2=x^3\Big|_{0}^{a}$$

$$(a^2-0^2)^2=a^3-0^3$$

$a^4=a^3$ ise $a=0$ ya da $a=1$

Doğru seçenek "A" dır.

4. $$f(x)=\int_{1}^{x}\sqrt{1+t^2}\,dt$$

$$f'(x)=1\cdot\sqrt{1+x^2}-0=\sqrt{1+x^2}$$

$$f'(\sqrt{3})=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}=2$$

Doğru seçenek "D" dir.

5. $$\int_{-1}^{1}(2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)\,dx=\int_{-1}^{1}(4x-1)\,dx$$

$$=2x^2-x\Big|_{-1}^{1}$$

$$=(2-1)-(2+1)$$

$$=-2$$

Doğru seçenek "B" dir.

6. $$\int_{1}^{e}\frac{x+1}{x}\,dx\int_{1}^{e}\left(1+\frac{1}{x}\right)dx=x+\ln|x|\Big|_{1}^{e}$$

$$=(e+\ln e)-(1+\ln 1)$$

$$=e+1-1-0$$

$$=e$$

Doğru seçenek "E" dir.

7. $f^{-1}(x)=\ln x$ ise $f(x)=e^x$ olur.

$$\int_{\ln 2}^{\ln 5} d\,f(x)=f(x)\Big|_{\ln 2}^{\ln 5}=e^x\Big|_{\ln 2}^{\ln 5}$$

$$=e^{\ln 5}-e^{\ln 2}$$

$$=5-2=3$$

Doğru seçenek "E" dir.

8. $2x = u$ ise $2\,dx = du$ olur.

$$\int_{0}^{1/2}\frac{2}{1+(2x)^2}\,dx=\int_{u_1}^{u_2}\frac{du}{1+u^2}=\arctan u\Big|_{u_1}^{u_2}$$

$$=\arctan 2x\Big|_{0}^{1/2}$$

$$=\frac{\pi}{4}-0=\frac{\pi}{4}$$

Doğru seçenek "D" dir.

karekök

9. $\int_1^2 |x|\cdot|3x-2|\,dx = \int_1^2 x\cdot|3x-2|\,dx$

$= \int_1^2 (3x^2-2x)\,dx$

$= (x^3-x^2)\Big|_1^2$

$= (2^3-2^2)-(1^3-1^2)$

$= 4$

Doğru seçenek "D" dir.

10. $\int_0^a (\cos^2 x - \sin^2 x)\,dx = \int_0^a \cos 2x\,dx$

$= \frac{\sin 2x}{2}\Big|_0^a$

$= \frac{\sin 2a}{2} - \frac{\sin 0}{2}$

$= \frac{2\sin a\cdot\cos a}{2} - 0$

$= \sin a\cdot\cos a$

$\sin a\cdot\cos a = \frac{\cos a}{2} \Rightarrow \cos a = 0$ ya da $\sin a = \frac{1}{2}$

bulunur.

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ olduğu için doğru seçenek "B" dir.

11. $\int_{-1}^5 f(x)\,dx = \int_{-1}^2 f(x)\,dx + \int_2^5 f(x)\,dx$

$6 = 8 + \int_2^5 f(x)\,dx$

$\int_2^5 f(x)\,dx = 2$

Doğru seçenek "E" dir.

12. $\sin x = u$ ise $\cos x\,dx = du$

$\int_0^\pi \cos(\sin x)\cdot\cos x\,dx = \int_{u_1}^{u_2} \cos u\,du$

$= \sin u\Big|_{u_1}^{u_2}$

$= \sin(\sin x)\Big|_0^\pi$

$= \sin(\sin\pi) - \sin(\sin 0)$

$= \sin 0 - \sin 0 = 0$

Doğru seçenek "C" dir.

13. $\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a) = -(f(a)-f(b)) = -4$

Doğru seçenek "A" dır.

14. $\cos x = u$ yazılırsa

$\int_0^{\pi/3} \frac{d(\cos x)}{\cos x} = \int_{u_1}^{u_2} \frac{du}{u} = \ln|u|\Big|_{u_1}^{u_2}$

$= \ln|\cos x|\Big|_0^{\pi/3}$

$= \ln\left|\cos\frac{\pi}{3}\right| - \ln(\cos 0)$

$= \ln\frac{1}{2} - \ln 1$

$= \ln\frac{1}{2} = -\ln 2$

Doğru seçenek "A" dır.

15. $x = u$ $\quad e^{-x}\,dx = dv$

$dx = du$ $\quad -e^{-x} = v$

$\int x e^{-x} = -x e^{-x} + \int e^{-x}\,dx$

$= -x e^{-x} - e^{-x} + c$

$-x e^{-x} - e^{-x}\Big|_0^{-1} = (1\cdot e - e) - (0-1)$

$= 0 + 1 = 1$

Doğru seçenek "C" dir.

16. $3x = u$ ise $3\,dx = du$

$\int_0^{1/6} \frac{3}{\sqrt{1-(3x)^2}}\,dx = \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\,du$

$= \arcsin u\Big|_{u_1}^{u_2}$

$= \arcsin 3x\Big|_0^{1/6}$

$= \arcsin\frac{1}{2} - \arcsin 0$

$= \frac{\pi}{6} - 0$

$= \frac{\pi}{6}$

Doğru seçenek "B" dir.

1. $\int_1^4 \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$

integralinde $u=\sqrt{x}$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^4 \frac{1-u}{1+u}du$ B) $\int_1^2 \frac{u(1-u)}{1+u}du$

C) $\int_1^2 \frac{2u(1-u)}{1+u}du$ D) $\int_1^4 \frac{2u(1-u)}{1+u}du$

E) $\int_2^1 \frac{2u(1-u)}{1+u}du$

2. $\int_0^1 \frac{12}{x^2-9}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –ln4 B) –ln2 C) 0 D) ln2 E) ln4

3. $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 – e B) –1 C) 0 D) e – 1 E) 1

4. $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+e^{-x}}dx$

değeri kaçtır?

A) –1 B) –ln2 C) 0 D) ln2 E) 1

5. $\int_{\pi/2}^{\pi} (\cos x-\sin x)\,dx$

integralinde $x=\frac{\pi}{2}+t$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\pi/2}^{0} (\sin t+\cos t)\,dt$ B) $\int_{0}^{\pi/2} (\sin t+\cos t)\,dt$

C) $\int_{0}^{\pi/2} (\sin t-\cos t)\,dt$ D) $\int_{\pi/2}^{0} (\cos t-\sin t)\,dt$

E) $\int_{\pi/2}^{\pi} (\sin t+\cos t)\,dt$

6. $\int_0^{\ln\sqrt{3}} \frac{e^x}{1+e^{2x}}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{3}$ B) $-\frac{\pi}{12}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{3}$

7. $\int_1^3 \frac{x}{(x+1)^2}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}+\ln 2$ B) $\frac{1}{4}-\ln 2$ C) $-\frac{1}{2}+\ln 2$ D) $\frac{1}{2}-\ln 2$ E) ln2

8. $\int_{\pi/4}^{0} \frac{3\sin^2 x}{\cos^4 x}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

9. $\int_0^{4\pi} |\cos x|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

10. $\int_1^a \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}\right)dx=\frac{1}{a}$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

11. $\int_0^{\pi/4} (1+\sec^2 x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1-\frac{\pi}{4}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $1+\frac{\pi}{4}$

12. $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) ln2 B) 1 C) ln4 D) 2 E) ln9

13. $\int_1^{2\sqrt{3}+1} (x^3-3x^2)\,dx+\int_1^{2\sqrt{3}+1} (3x-1)\,dx$

toplamının değeri kaçtır?

A) 18 B) 25 C) 32 D) 36 E) 42

14. $f(x)=\int_1^x \sqrt{1+t}\,dt$

fonksiyonunun <u>en büyük</u> değeri için x kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\int_{-10}^{10} (x^7+x^5+k)\,dx=40$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) –2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 5

16. $\int_1^2 \frac{3x^2+6x+2}{x(x+1)(x+2)}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\frac{5}{4}$ B) $\ln\frac{4}{3}$ C) ln4 D) $\ln\frac{3}{4}$ E) $\ln\frac{4}{5}$

karekök

1 C 2 A 3 D 4 D 5 A 6 D 7 A 8 B 9 D 10 C 11 E 12 E 13 D 14 B 15 C 16 C

1. $\int_0^{\pi/12} \sin^3 2x \sin 4x \, dx$ ifadesinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{32}$ B) $\frac{9}{160}$ C) $\frac{8}{90}$ D) $\frac{1}{80}$ E) $\frac{1}{160}$

(ÖYS 1982)

2. $\int_a^b (2x+3)\,dx = 50$ ve $b-a=5$

olduğuna göre, a + b kaçtır?

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

(ÖYS 1983)

3. $a>0$, $b>-1$ koşulu ile sonlu iki sayıdır.

$\int_0^1 x^a\,dx \cdot \int_0^1 x^b\,dx = \int_0^1 x^a x^b\,dx$

olduğuna göre, b nin değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 0 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{3}{4}$

(ÖYS 1983)

4. $\int_0^1 \frac{(x^2+3)\,2x}{(x^2+3)^2+1}\,dx$ integralinin değeri nedir?

A) $\ln\frac{13}{4}$ B) $\frac{1}{2}\ln\frac{13}{10}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\ln\frac{15}{4}$ E) $\frac{1}{2}\ln\frac{17}{10}$

(ÖYS 1984)

5. $\int_0^{\pi/3} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$ integralinin değeri nedir?

A) 0 B) $-\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(ÖYS 1985)

6. $f(x)=\frac{1}{x+1}$ olduğuna göre, $\int_1^2 d(f^{-1}(x))$ kaçtır?

A) 0 B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{2}$

(ÖYS 1986)

7. $\int_0^{\pi/2} (\cos x - \sin x)\,dx$ integralinin değeri nedir?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

(ÖYS 1987)

8. $\int_0^{e-1} \frac{x}{x+1}\,dx$ integralinin değeri nedir?

A) e − 2 B) e − 1 C) e D) e + 1 E) e + 2

(ÖYS 1988)

9. $f(x)=\int_0^x \frac{t^2}{t^3+4}\,dt$

olduğuna göre, f′(1) değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{7}{25}$ C) $\frac{4}{51}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(ÖYS 1989)

10. $\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) ln2 D) ln3 E) 2

(ÖYS 1991)

11. $\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4\,dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{32}{5}$ B) −3 C) 0 D) 3 E) $\frac{24}{5}$

(ÖYS 1991)

12. $\frac{d}{dx}\left(\int_2^5 (x^3+x^2)\,dx\right)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^3+x^2 B) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{2}$ D) 79 E) 0

(ÖYS 1992)

13. $\int_0^{\ln 3} (e^{3x}-e^x)\,dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^3 (t^3-t)t\,dt$ B) $\int_1^3 (t^2-1)\,dt$

C) $\int_1^3 (e^{3t}-e^t)e^t\,dt$ D) $\int_0^1 (t^3-t)\,dt$

E) $\int_0^3 (\ln 3t - \ln t)\,dt$

(ÖYS 1992)

14. $\left[\int_0^a x\,dx\right]^3 = \int_0^a x^3\,dx$

olduğuna göre pozitif a kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

(ÖYS 1992)

15. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

integralinde x = 2sint dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t\,dt$ B) $\int_0^{\pi/2} 4\sin^2 t\,dt$

C) $\int_{\pi/2}^{\pi} 4(\sin t-\cos t)\,dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t\,dt$

E) $\int_0^{\pi/2} 4\cos^2 t\,dt$

(ÖYS 1993)

16. $0<a<\frac{\pi}{3}$, $\int_0^a (\tan^4 x+\tan^2 x)\,dx = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

(ÖYS 1993)

17. $\int_{\pi/12}^{a} -2(\sin^4 x-\cos^4 x)\,dx = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

(ÖYS 1994)

18. $\int_0^{\sqrt{2}/2} \sin(\arccos x)\,dx$

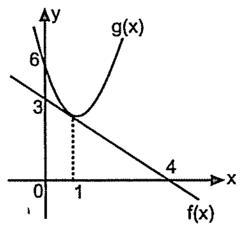
integralinde t = arccosx dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^{\pi/4} \sin t\,dt$ B) $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{2}\cos^2 2t\,dt$ C) $\int_{\pi/4}^{\pi/4} -\cos t\,dt$

D) $\int_0^{\pi/4} -2\cos^2 t\,dt$ E) $\int_{\pi/2}^{\pi/4} -\sin^2 t\,dt$

(ÖYS 1995)

19.



Şekildeki f(x) doğrusu x = 1 noktasında y = g(x) eğrisine teğettir.

$\int_0^1 \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\frac{a}{8}$ **olduğuna göre, a kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1995)

20. $\int_0^{\pi/6}\left[\frac{d}{dt}\left(\int_0^t \cos 3x\,dx\right)\right]dt$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

(ÖYS 1996)

21. $\int_{\pi/2}^{\pi}(\sin x+\cos x)dx$

integralinde t = π − x dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^{\pi/2}(\sin t+\cos t)dt$ B) $\int_0^{\pi/2}(\sin t-\cos t)dt$

C) $\int_{\pi/2}^{\pi}(\sin t-\cos t)dt$ D) $\int_{\pi/2}^{\pi}(\cos t-\sin t)dt$

E) $\int_{-\pi/2}^{0}(\sin t-\cos t)dt$

(ÖSS 2006 II)

22. $\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1+\sqrt{3}$ B) $2-2\sqrt{3}$ C) $2+\sqrt{3}$ D) $4-\sqrt{3}$ E) $8-3\sqrt{3}$

(ÖSS 2007 II)

23. $\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{-1}{2}+\ln 2$ B) $-1+\ln 2$ C) $\ln 2$ D) $2\ln 2$ E) $1+2\ln 2$

(ÖSS 2007 II)

24. b > 0 olduğuna göre,

$\int_0^b (2x-x^2)dx$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

(ÖSS 2008 II)

25. $\int_0^{\pi/2}\left|\sin x-\frac{1}{2}\right|dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{12}-1$ B) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}-1$

C) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}-1$ D) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}-\frac{3}{2}$

E) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$

(ÖSS 2008 II)

26. $\int_e^{e^2}\frac{dx}{x(\ln x)^2}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

(ÖSS 2008 II)

27. $\int_0^1 (x+1)e^x dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) e − 1 C) e − 2 D) 2e − 1 E) 2e − 3

(ÖSS 2009 II)

28. $\int_0^{\pi/3}\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) −1 E) −2

(LYS 2010)

29. $\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

(LYS 2010)

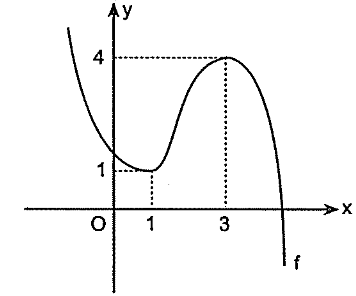
30. $f(x)=\begin{cases}3-x, & x<2 \text{ ise}\\ 2x-3, & x\geq 2 \text{ ise}\end{cases}$

için $\int_1^3 f(x+1)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(LYS 2010)

31.



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için

$\int_1^3 \frac{x.f'(x)-f(x)}{x^2}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(LYS 2010)

32. Bir f fonksiyonunun grafiğinin x = a noktasındaki teğetinin eğimi 1, x = b noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$ tür.

f″(x) ikinci türev fonksiyonu [a, b] aralığında sürekli olduğuna göre,

$\int_b^a f'(x)\cdot f''(x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(LYS 2011)

33. $\int_1^e \ln^3 x\,dx = 6-2e$

olduğuna göre, $\int_1^e \ln^4 x\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 7e − 16 B) 8e − 18 C) 9e − 24 D) 10e − 26 E) 11e − 28

(LYS 2011)

1 E	2 E	3 C	4 E	5 E	6 E	7 C	8 A	9 D	10 C	11 A	12 E	13 B	14 C	15 E	16 B	17 C
18 E	19 D	20 D	21 B	22 E	23 A	24 E	25 A	26 A	27 A	28 B	29 D	30 C	31 D	32 A	33 C	

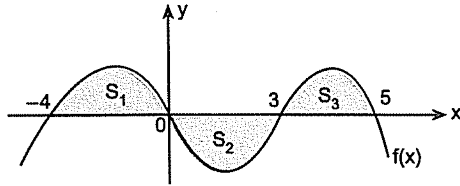
BÖLÜM 4

İntegral ile Alan ve Hacim Hesabı

KÖŞETAŞI **KAZANIMLAR**

1. Belirli integral ile alan arasındaki ilişkiyi açıklar.
2. Pozitif değerli fonksiyonun grafiği ile x ekseni arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
3. Negatif değerli fonksiyonun grafiği ile x ekseni arasındaki bölgenin alanını hesaplar.
4. Fonksiyonun işaretini inceleyerek alan hesabı yapar.
5. f(x) ve g(x) fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
6. x = f(y) fonksiyonunun grafiği ile y ekseni arasında kalan bölgenin alanını hesaplar.
7. f(y) ve g(y) fonksiyonlarının grafikleri arasında kalan alanı hesaplar.
8. Belirli integral ile dairenin alanını ilişkilendirir.
9. y = f(x) in grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
10. x = f(y) nin grafiği ile y ekseni arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
11. f(x) ve g(x) in grafikleri arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
12. f(y) ve g(y) nin grafikleri arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplar.
13. Dairesel bölgenin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.
14. Üçgensel ve dikdörtgensel bölgelerin x ve y eksenleri etrafında döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini hesaplar.

köşetaşı



f(x) fonksiyonunun grafiği ile Ox ekseni arasında kalan bölgelerin alanları S_1, S_2 ve S_3 br² dir.

Buna göre, bu alanlara eşit integralleri yazınız.

açıklamalı çözüm

1. $f(x) \geq 0$ ise grafiği Ox ekseninin üstünde olur.
   Grafiği ile Ox arasındaki alan f(x) in integraline eşittir.

   $S_1 = \int_{-4}^{0} f(x)\,dx \qquad S_3 = \int_{3}^{5} f(x)\,dx$

2. $f(x) \leq 0$ ise grafiği Ox ekseninin altında olur. Grafiği ile Ox arasındaki alan, f(x) in integralinin zıt işaretli değeridir.

   $S_2 = -\int_{0}^{3} f(x)\,dx$

AYRICA

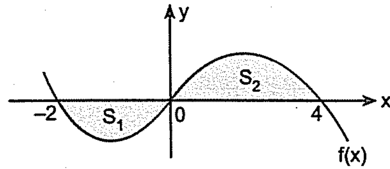
$\int_{-4}^{5} f(x)\,dx$

integralinin değeri istenirse;

$\int_{-4}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{5} f(x)\,dx$

$= S_1 - S_2 + S_3$

1.

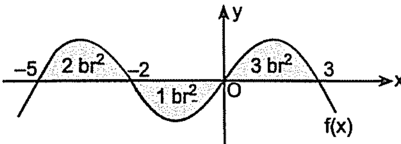


Şekildeki taralı bölgelerin alanları S_1 ve S_2 br² dir.

Buna göre, $\int_{-2}^{4} f(x)\,dx$ kaçtır?

A) $S_1 + S_2$ B) $S_1 - S_2$ C) $S_2 - S_1$ D) $-S_1 - S_2$ E) $S_1 S_2$

2.

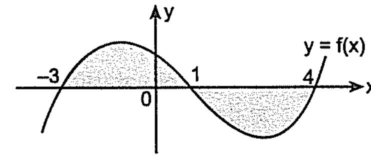


Şekildeki taralı bölgelerin alanlarının değeri üzerlerine yazılmıştır.

Buna göre, $\int_{-5}^{3} f(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3.

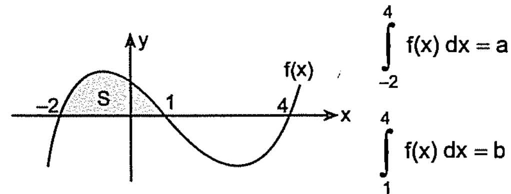


Şekildeki taralı bölgelerin toplam alanı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int_{-3}^{4} y\,dx$ B) $-\int_{-3}^{4} y\,dx$ C) $\int_{4}^{-1} y\,dx$

D) $\int_{-3}^{1} y\,dx - \int_{1}^{4} y\,dx$ E) $\int_{-3}^{1} y\,dx + \int_{1}^{4} y\,dx$

4.



$\int_{-2}^{4} f(x)\,dx = a$

$\int_{1}^{4} f(x)\,dx = b$

Buna göre, taralı alan S, a ve b cinsinden aşağıdakilerden hangisidir?

A) a–b B) b–a C) –a–b D) a + b E) a·b

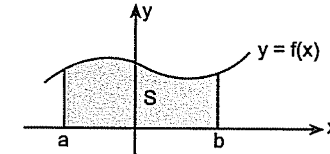
karekök

C	B	D	A

köşetaşı

$f(x) = 4 - x^2$ parabolü ile Ox ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?

açıklamalı çözüm



$S = \int_{a}^{b} f(x)\,dx$

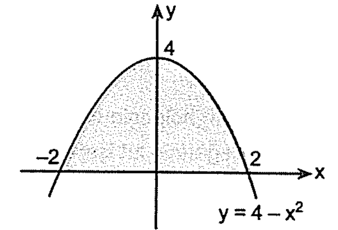
i) Önce grafiğin Ox eksenini kestiği noktaları bulunur.

$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$

$\Rightarrow x = \mp 2$

ii) x = −2 ile x = 2 arasında f(x) in integrali alınır.

$S = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\,dx = 4x - \frac{x^3}{3}\Big|_{-2}^{2} = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3}$ br²

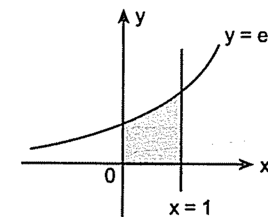


1. $y = -\frac{1}{3}(x + 2)(x - 4)$

parabolü ile x ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

2.



Grafikte gösterilen $y = e^x$ eğrisi, x = 1 doğrusu, y ekseni ve x ekseni arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

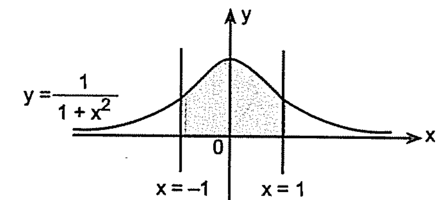
A) e − 2 B) e − 1 C) 1 D) e + 1 E) e + 2

3. $f(x) = 9a^2 - x^2$

parabolü ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı 36 br² olduğuna göre, a kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



Grafikte gösterilen $y = \frac{1}{1 + x^2}$ eğrisi, x = 1, x = −1 doğruları ve x ekseni arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

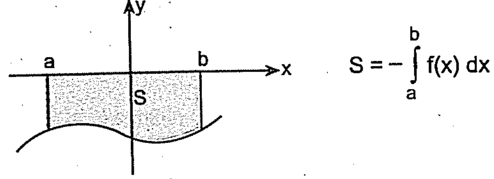
karekök

B	B	A	D

köşetaşı

$f(x) = x^2 - 4x$ parabolü ile Ox ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

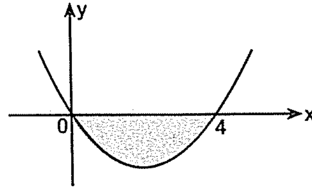


$$S = -\int_a^b f(x)\,dx$$

i) Önce parabolün Ox i kestiği noktaların apsislerini bulalım.

$x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$

ii) İstenen bölgenin alanı x = 0 ile x = 4 arasında f(x) in integral değerinin zıt işaretlisidir.



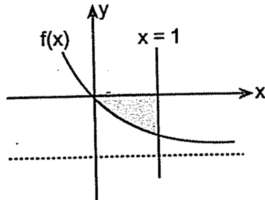
$$S = -\int_0^4 (x^2 - 4x)\,dx = -\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2\right)\Bigg|_0^4$$

$$= -\left[\left(\frac{64}{3} - 32\right) - (0)\right] = \frac{32}{3}\,br^2$$

1. **$f(x) = 2(x+4)(x-2)$ parabolü ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 18 B) 36 C) 48 D) 54 E) 72

2.



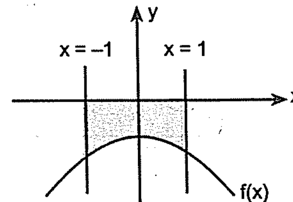
Grafikte gösterilen $f(x) = e^{-x} - 1$ eğrisi, x = 1 doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{e}$ B) $\frac{2}{e}$ C) 1 D) e E) e + 1

3. **$y = 2(x-2)^2 - 18$ parabolü ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 16 B) 32 C) 48 D) 54 E) 72

4.



Grafikte gösterilen $f(x) = -5x^4 - 5$ eğrisi ile x = –1, x = 1 doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

karekök

E A E D

köşetaşı

$f(x) = x^3 - 4x$ eğrisi ile Ox ekseni arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

Fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği noktaları bulalım.

$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x = 0,\ x = 2,\ x = -2$

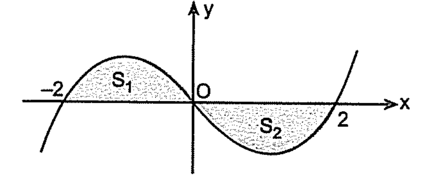
Şimdi de fonksiyon için işaret tablosu yapalım.

x		–2		0		2	
y	–	0	+	0	–	0	+

Taralı bölgelerin alanları;

$$S_1 = \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\,dx = \frac{x^4}{4} - 2x^2\Big|_{-2}^{0} = 0 - (-4) = 4\,br^2$$

$$S_2 = \int_{0}^{2} (4x - x^3)\,dx = 2x^2 - \frac{x^4}{4}\Big|_0^2 = 4 - 0 = 4\,br^2$$



Fonksiyon tek olduğundan grafiği orijine göre simetriktir.

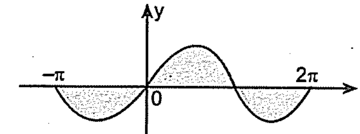
Bu nedenle iki alan birbirine eşit çıkmıştır.

Taralı bölgelerin alanı: 4 + 4 = 8 br^2 dir.

1. **$f(x) = x - x^3$ eğrisi ile Ox ekseni arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

2.



Şekilde f(x) = sinx fonksiyonunun [–π, 2π] aralığında grafiği verilmiştir.

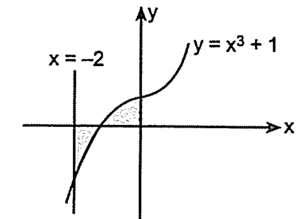
Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. **$f(x) = 15x^2(x^2 - 1)$ eğrisi ile Ox ekseni arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

4.



Şekilde $y = x^3 + 1$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

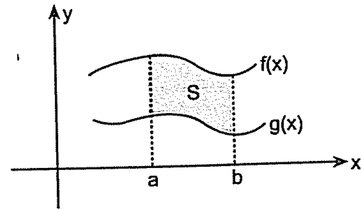
karekök

C C C E

köşetaşı

$f(x) = x(x-3)$ ve $g(x) = x(1-x)$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

NOT

Yanlışlıkla g(x) fonksiyonundan f(x) çıkarılıp integral alınırsa sonuç negatif çıkar.

Alan negatif değer alamayacağı için pozitife çevrilir.

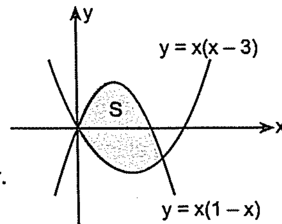
i) Önce fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesiştikleri noktalar bulunur.

$x(x-3) = x(1-x) \Rightarrow 2x^2 - 4x = 0$

$\Rightarrow 2x(x-2) = 0$

$\Rightarrow x = 0, x = 2$

ii) x = 0 dan x = 2 ye üstteki fonksiyondan alttaki çıkarılarak integral alınır.



$$S = \int_0^2 [x(1-x) - x(x-3)]\,dx = \int_0^2 (-2x^2 + 4x)\,dx$$

$$= -\frac{2x^3}{3} + 2x^2 \Big|_0^2 = \frac{8}{3}\ br^2$$

1. $y = x(3-x)$ ve $y = x(x-3)$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

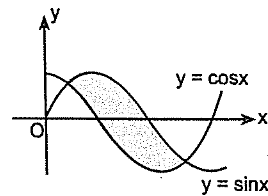
2. $y = x(x-2)$ ve $y = 4 - x^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

3. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 4x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4.



y = cosx ve y = sinx eğrileri arasında kalan taralı alan kaç br^2 dir?

A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) $2\sqrt{2}$ E) 3

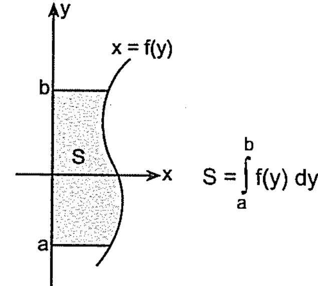
karekök

B | C | C | D

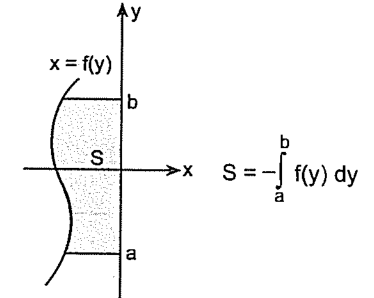
köşetaşı

$x = 9 - y^2$ parabolü ile y ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b f(y)\,dy$$



$$S = -\int_a^b f(y)\,dy$$

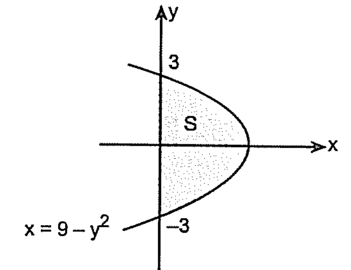
i) Önce parabolün y eksenini kestiği noktalar bulunur.

$9 - y^2 = 0 \Rightarrow y = 3$ veya $y = -3$

ii) İstenen bölge y ekseninin sağ tarafında kaldığı için alan $x = 9 - y^2$ fonksiyonunun y = –3 ten y = 3 e integraline eşittir.

$$S = \int_{-3}^{3} (9 - y^2)\,dy = 9y - \frac{y^3}{3}\Big|_{-3}^{3}$$

$$= (27 - 9) - (-27 + 9) = 36\ br^2$$



1. $x = y^2 - 1$ parabolü ile y ekseni arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

2. $x = y(y^2 - 4)$ eğrisi ile y ekseni arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3. $y = \sqrt{x}$ eğrisi ile y = 3 doğrusu ve y ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

4. y = lnx eğrisi ile y = 1, y = 0 ve x = 0 doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{e}$ B) e – 2 C) $\frac{2}{e}$ D) e – 1 E) e + 1

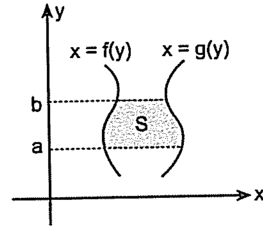
karekök

C | C | B | D

köşetaşı

$x = y^2$ ve $x = 2 - y^2$ parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



$$S = \int_a^b (g(y) - f(y))\,dy$$

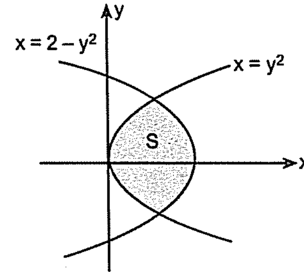
i) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek grafiklerinin kesişim noktaları bulunur.

$y^2 = 2 - y^2 \Rightarrow 2y^2 = 2 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \mp 1$

ii) Grafiği alanı hesaplanan bölgenin sağında olan fonksiyondan diğeri çıkartılarak $y = -1$ ile $y = 1$ arasında integral alınır.

$$S = \int_{-1}^{1} [(2 - y^2) - y^2]\,dy$$

$$= \int_{-1}^{1} (2 - 2y^2)\,dy = \left(2y - \frac{2y^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \left(2 - \frac{2}{3}\right) - \left(-2 + \frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3}\text{ br}^2$$



1. $x = y(6 - y)$ ve $x = y(y - 6)$

parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 36 B) 48 C) 72 D) 96 E) 144

2. $x = 2y(y - 3)$ ve $x = 9 - y^2$

parabolleri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

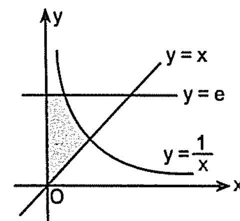
A) 18 B) 32 C) 48 D) 60 E) 72

3. $x = 3y^2$ parabolü ile $x = 6y$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

4.



$y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $y = x$ ve $y = e$ doğruları ile y ekseni arasındaki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

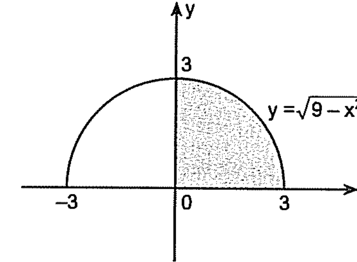
C B D C

köşetaşı

$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2}\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu tip integraller dairenin alanı ile ilişkilendirilerek hesaplanır.



$y = \sqrt{9 - x^2}$ ise $y^2 = 9 - x^2$

$x^2 + y^2 = 3^2$

İntegralin değeri, yarıçapı 3 br olan çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\int_0^3 \sqrt{9 - x^2}\,dx = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = \frac{9\pi}{4}\text{ br}^2$$

HATIRLATMA

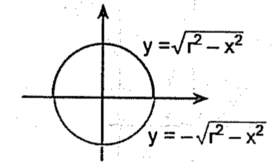
$x^2 + y^2 = r^2$ merkezi (0,0) yarıçapı r olan çember belirtir.

$y = \sqrt{r^2 - x^2}$

(çemberin üst yarısının denklemi)

$y = -\sqrt{r^2 - x^2}$

(çemberin alt yarısının denklemi)



Bazı alanlar integralle, bazı integraller de alanla hesaplanır.

1. $\int_{-4}^{4} \sqrt{16 - x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 16π

2. $\int_0^{-2} -\sqrt{4 - x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) π E) 2π

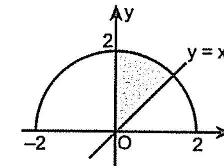
3. $\int_0^4 \sqrt{4y - y^2}\,dy$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

karekök

4.



Daire diliminin alanına aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri eşittir?

A) $\int_{-2}^{2} \sqrt{4 - x^2}\,dx$

B) $\int_0^1 (\sqrt{x^2 + 4} - x)\,dx$

C) $\int_0^1 (\sqrt{4 - x^2} - x)\,dx$

D) $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{2 - x^2} - x)\,dx$

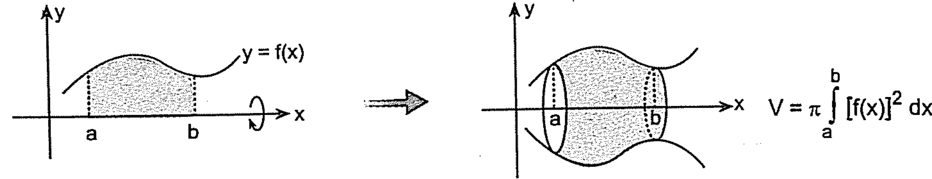
E) $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4 - x^2} - x)\,dx$

D D D E

köşetaşı

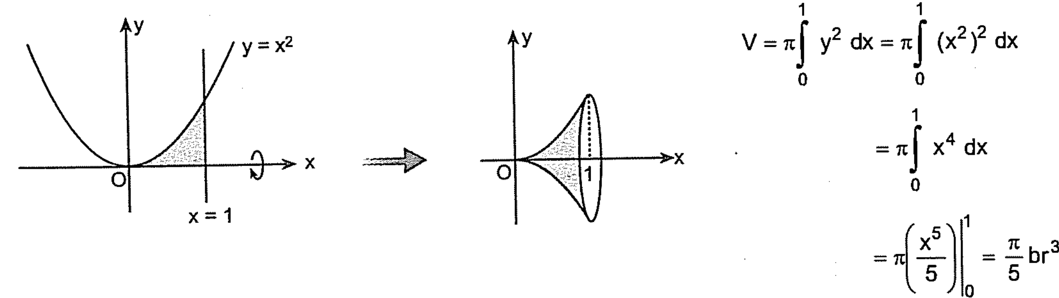
$y = x^2$ eğrisi ile $x = 1$ doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm



$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$

Taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;



$$V = \pi \int_0^1 y^2 \, dx = \pi \int_0^1 (x^2)^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^1 x^4 \, dx$$

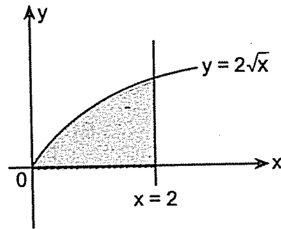
$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} \right) \Bigg|_0^1 = \frac{\pi}{5} br^3$$

1. $y = 1 - x^2$ parabolünün analitik düzlemin I. bölgesindeki parçasıyla eksenler arasında kalan bölge Ox etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

2.



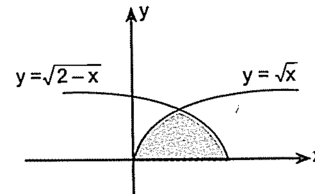
$y = 2\sqrt{x}$ eğrisi ile $y = 0$ ve $x = 2$ doğruları arasında kalan bölge Ox etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

3. **$y = e^x$ eğrisi ile $x = 0$ ve $x = \ln 2$ doğruları arasında kalan bölge Ox etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) 0,5 B) 1 C) 1,5 D) 2 E) 2,5

4.



$y = \sqrt{2 - x}$ ve $y = \sqrt{x}$ ile x ekseni arasında kalan taralı bölge Ox etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 3

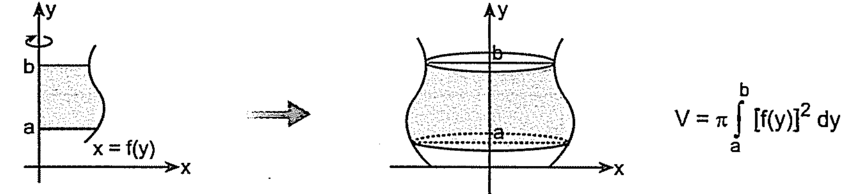
karekök

B D C A

köşetaşı

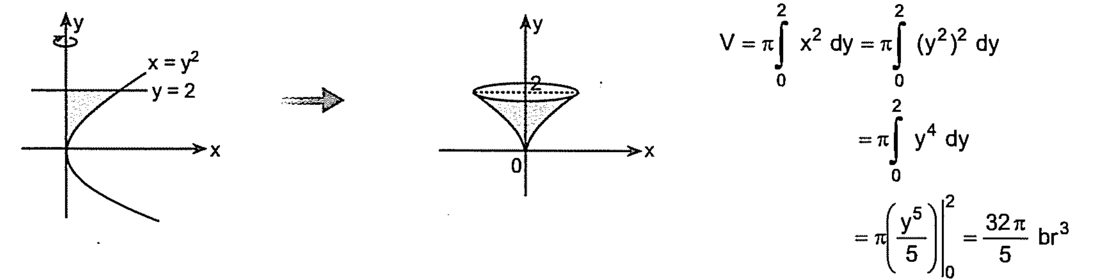
$x = y^2$ eğrisi ile $y = 2$ doğrusu ve y ekseni arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm



$$V = \pi \int_a^b [f(y)]^2 \, dy$$

Taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi;



$$V = \pi \int_0^2 x^2 \, dy = \pi \int_0^2 (y^2)^2 \, dy$$

$$= \pi \int_0^2 y^4 \, dy$$

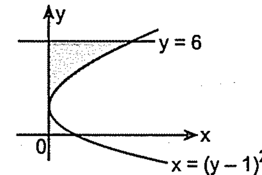
$$= \pi \left(\frac{y^5}{5} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{32\pi}{5} br^3$$

1. $x = 1 - y^2$ parabolü ile $x = 0$ doğrusu arasında kalan bölge y ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{8}{15}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{16}{15}$ E) $\frac{32}{15}$

2.



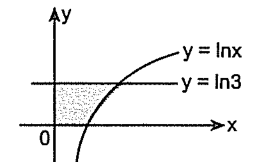
$x = (y - 1)^2$ parabolü, $y = 6$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 500 B) 550 C) 625 D) 650 E) 725

3. **$x = \sqrt{y}$ eğrisi ile $x = 0$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



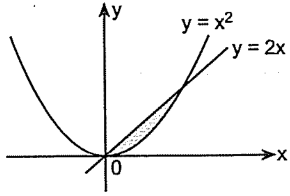
$y = \ln x$, $y = \ln 3$ ve eksenler arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

karekök

D C B B

köşetaşı



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir.

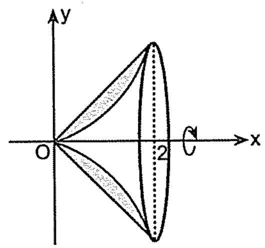
Bu bölgenin Ox ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar eşitlenir, kesiştikleri noktalar bulunur.

$x^2 = 2x \Rightarrow x = 0, \; x = 2$

ii) Üstte olan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden alttaki fonksiyonun oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$V = \pi\int_0^2 (2x)^2\,dx - \pi\int_0^2 (x^2)^2\,dx$$

$$= \pi\int_0^2 (4x^2 - x^4)\,dx$$

$$= \pi\left(\frac{4x^3}{3} - \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2$$

$$= \pi\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right) = \frac{64}{15}\pi\ br^3$$

1. **$y = (x-1)^2$ parabolü ile $y = 1 - x$ doğrusu ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

2. **$y = x(2 - x)$ parabolü ile $y = x$ doğrusu arasındaki bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

3. **$y = 2\sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{52}{3}$

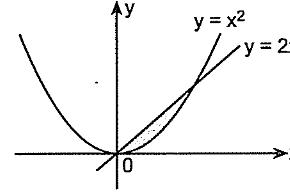
4. **$y = e^{\frac{x}{2}}$ eğrisi, $y = e$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) e^2 B) $e - 1$ C) $e^2 - 1$ D) $e + 1$ E) $e^2 + 1$

karekök

B A C E

köşetaşı



Şekilde $y = x^2$ parabolü ile $y = 2x$ doğrusu arasındaki bölge gösterilmiştir.

Bu bölgenin 0y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?

açıklamalı çözüm

i) Fonksiyonlar $x = f(y)$ şeklinde yazılır.

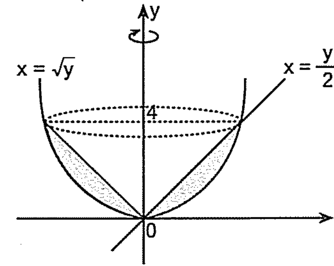
$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$

$y = 2x \Rightarrow x = \frac{y}{2}$

ii) Fonksiyonlar birbirine eşitlenerek kesişim noktalarının ordinatları bulunur.

$\sqrt{y} = \frac{y}{2} \Rightarrow 2\sqrt{y} = y \Rightarrow 4y = y^2 \Rightarrow y = 0, \; y = 4$

iii) Sağda kalan fonksiyonun oluşturduğu cismin hacminden, soldakinin oluşturduğu cismin hacmi çıkartılır.



$$V = \pi\int_0^4 (\sqrt{y})^2\,dy - \pi\int_0^4 \left(\frac{y}{2}\right)^2 dy = \pi\int_0^4 \left(y - \frac{y^2}{4}\right) dy$$

$$= \pi\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{12}\right)\Bigg|_0^4$$

$$= \pi\left(8 - \frac{64}{12}\right) = \frac{8}{3}\pi\ br^3$$

1. **$x = y^2$ parabolü ile $y = x$ doğrusu arasındaki bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ tür?**

A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

2. **$y = x^2$ parabolü ile $y = 4$ ve $x = 0$ doğruları arasında kalan bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

3. **$y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $x = 2y$ doğrusu arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ olur?**

A) $\frac{16}{15}$ B) $\frac{32}{15}$ C) $\frac{64}{15}$ D) $\frac{24}{5}$ E) $\frac{32}{5}$

4. **$y = \frac{4}{x}$ ile $y = 5 - x$ doğrusu arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç $\pi\ br^3$ tür?**

A) 6 B) 9 C) 12 D) 15 E) 18

karekök

B D C B

köşetaşı

$y=\sqrt{9-x^2}$ eğrisi ve x ekseni arasında kalan bölgenin

i) x ekseni etrafında 360°

ii) y ekseni etrafında 180°

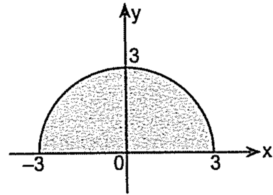
döndürülmesi ile oluşan katı cisimlerin hacimlerini bulunuz.

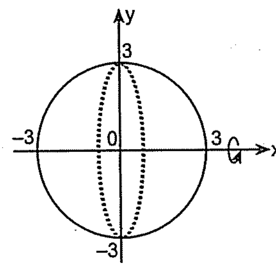
açıklamalı çözüm

İntegral kullanmadan geometri bilgisiyle bu tip sorular kolayca çözülür.

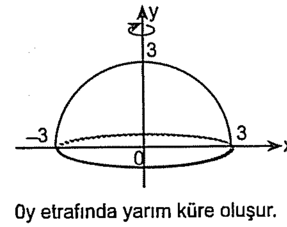
$y=\sqrt{9-x^2} \Rightarrow x^2+y^2=3^2$

Demek ki verilen fonksiyon aslında yarıçapı 3 br olan merkezil çemberin üst yarısının denklemidir.





Ox etrafında tam küre oluşur.



Oy etrafında yarım küre oluşur.

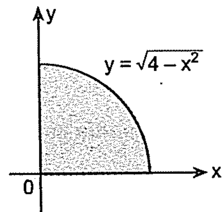
i) $V_{küre}=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 3^3=36\pi$ br^3

ii) $\frac{1}{2}V_{küre}=\frac{1}{2}\cdot 36\pi=18\pi$ br^3

1. **$y=\sqrt{36-x^2}$ eğrisi ve y = 0 doğrusu arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) 72 B) 96 C) 144 D) 196 E) 288

2.



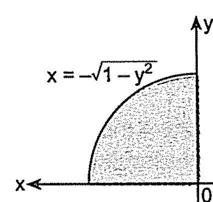
$y=\sqrt{4-x^2}$ eğrisiyle x = 0, y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 6 D) 8 E) $\frac{32}{3}$

3. **$x=\sqrt{9-y^2}$ eğrisi ve x = 0 doğrusu arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) 18 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

4.



$x=-\sqrt{1-y^2}$ eğrisi ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin y ekseni etrafında 270° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

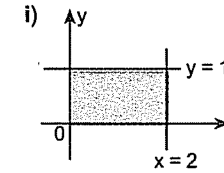
A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{3\pi}{2}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{2}$

karekök

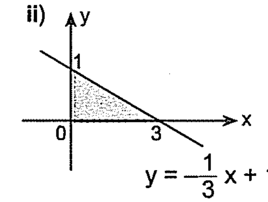
C B D A

köşetaşı

i)



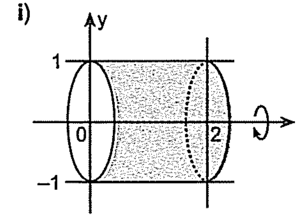
ii)



Yanda verilen dikdörtgensel ve üçgensel bölgelerin Ox etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cisimlerin hacmini bulunuz.

açıklamalı çözüm

i)

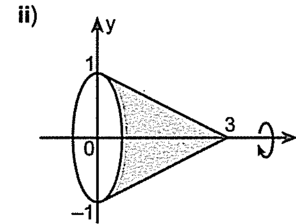


Şekilde görüldüğü gibi r = 1 ve h = 2 olan bir silindir oluşur.

$V_S=\pi r^2 h=\pi\cdot 1^2\cdot 2=2\pi$ br^3

Bir soru: Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur? (4π br^3)

ii)



Şekilde görüldüğü gibi r = 1 ve h = 3 olan bir koni oluşur.

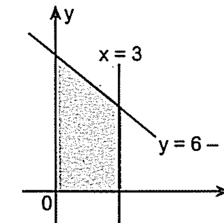
$V_k=\frac{1}{3}\pi r^2\cdot h=\frac{1}{3}\pi 1^2\cdot 3=\pi$ br^3

Bir soru: Aynı bölge Oy etrafında döndürülse oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur? (3π br^3)

1. **y = 1, x = 3, x = 0, y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?**

A) π B) 2π C) 3π D) 4π E) 5π

2.



y = 6 – x, x = 3 ve eksenler arasında kalan bölge y ekseni etrafında 180° döndürülüyor.

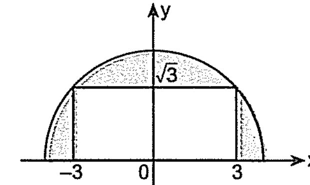
Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 36

3. **y = 6 – 2x, x = 0, y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) 9 B) 12 C) 15 D) 18 E) 21

4.



Yandaki yarım dairenin içindeki taralı bölge x ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

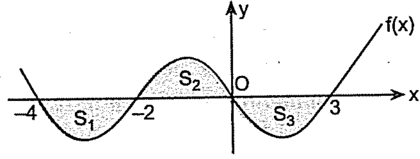
Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $16\sqrt{3}-18$ B) $24\sqrt{3}-18$ C) $8\sqrt{3}+18$ D) $32\sqrt{3}-18$ E) $32\sqrt{3}-36$

karekök

C B D D

1.



Şekildeki f(x) in grafiği ile Ox ekseni arasında kalan bölgelerin alanları S_1, S_2, S_3 br² dir.

$S_1 = 3S_2 = 2S_3$ ve $\int_{-4}^{3} f(x)\,dx = -7$

olduğuna göre, $\int_{-4}^{0} f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –2 D) 4 E) 8

2. **$y = (x-3)^2$ parabolü ile x = 6 ve y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. **$y = -3x^2 - 1$ parabolü ile x = –1, x = 1 ve y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4. $f:\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to R$

olmak üzere f(x) = cosx fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br² dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. **$y = x^3$ ve $y = x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

karekök

6. **$x = \frac{3}{2}(y^2 - 4)$ parabolü ile y ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 16

7. **$x = y^2$ ve $x = y(2-y)$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

8. $\int_{-1}^{0} 4(\sqrt{1-x^2} - (x+1))\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) π – 3 B) π – 2 C) π – 1 D) π + 1 E) π + 2

9. **$y = \sqrt{2x}$ eğrisi ile x = 3 ve y = 0 doğruları arasında kalan bölge x ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç br³ olur?**

A) 5π B) 6π C) 7π D) 8π E) 9π

10. **$x = -(y+1)^2$ parabolü ile eksenler arasındaki bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?**

A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{5}$ E) 1

11. $y = x^2$ parabolü ile $y = \sqrt{x}$ eğrisi arasında kalan bölge x ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{5}$ E) 1

12. **$y = \sqrt{3x}$ eğrisi ile x = y doğrusu arasındaki bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?**

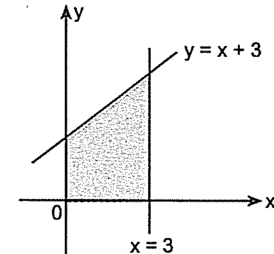
A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{18}{5}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{36}{5}$

13. **$y = \sqrt{3 - x^2}$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölge y ekseni etrafında 180° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?**

A) $\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $6\sqrt{3}$

karekök

14.

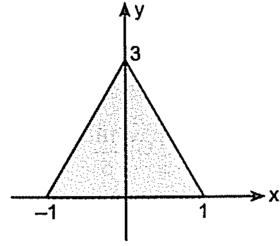


Şekilde y = x + 3 ve x = 3 doğruları ile eksenler arasında kalan taralı bölge x ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

A) 63 B) 66 C) 72 D) 75 E) 81

1 B 2 E 3 B 4 D 5 A 6 E 7 A 8 B 9 E 10 A 11 C 12 C 13 B 14 A

1.



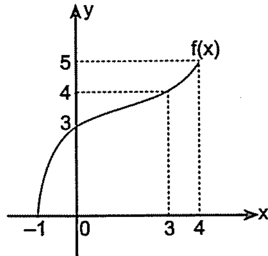
Şekilde verilen taralı üçgensel bölgenin alanı aşağıda integrallerden hangisinin değerine eşittir?

A) $2\int_{-1}^{1}(3x+3)\,dx$ B) $2\int_{0}^{1}(3x+3)\,dx$

C) $2\int_{-1}^{0}(3x+3)\,dx$ D) $2\int_{-1}^{0}(3x-3)\,dx$

E) $2\int_{0}^{-1}(3x+3)\,dx$

2.



Yukarıda grafiği verilen f: [–1, 4] → [0, 5] fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre, $\int_{0}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{4} f^{-1}(x)\,dx$ toplamı kaçtır?

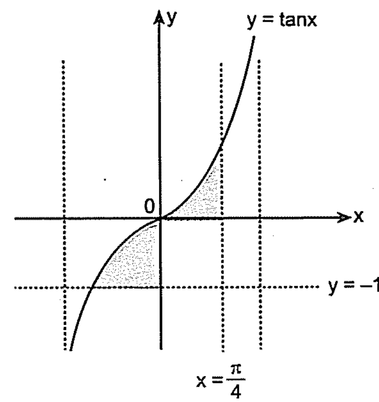
A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 20

3. $\int_{-2}^{0}\sqrt{4-y^2}\,dy$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{\pi}{2}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

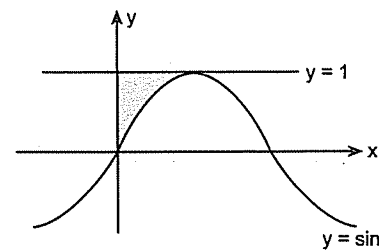
4.



Şekildeki y = tanx eğrisi, $x = \frac{\pi}{4}$ ve y = –1 doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{4\pi}{3}$

5.



Şekilde gösterilen y = sinx eğrisi y = 1 ve x = 0 doğruları arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\pi - 2$ B) $\pi - 1$ C) $\pi + \frac{1}{2}$

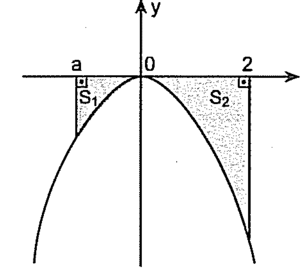
D) $\frac{\pi}{2} - 1$ E) $\frac{\pi}{2} + 1$

6. $y \le 4 - x^2$ ve $y \ge 3$

eşitsizlik sistemini sağlayan (x, y) noktalarının bulunduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

7.



Şekilde $y = -x^2$ parabolü ile x ekseni arasında kalan S_1 ve S_2 taralı alanları için $8S_1 = S_2$ olduğuna göre a kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) –1

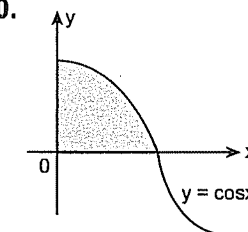
8. **$y = x(x^2 - 1)$ ve $y = x(1 - x^2)$ eğrileri arasında kalan bölgelerin alanları toplamı kaç br² dir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

9. **a < 0 olmak üzere, $y = ax^3$ eğrisi, x = –4 doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı 128 br² olduğuna göre, a kaçtır?**

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

10.

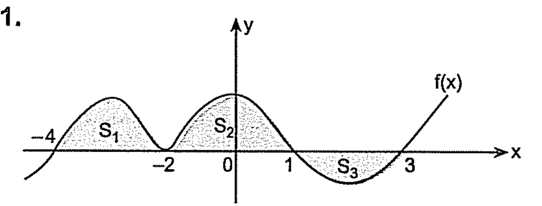


Şekilde y = cosx eğrisi ile eksenler arasında gösterilen taralı bölge x ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

11.



f fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgelerin alanları S_1, S_2 ve S_3 br² dir.

$\int_{-4}^{3} f(x)\,dx = 2$ ve $S_3 - S_2 = 2$ br²

olduğuna göre, $\int_{-2}^{-4} f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

12. $y \ge |x| + 2$, $y \le 5$ eşitsizlik sisteminin çözüm bölgesi y ekseni etrafında 180° döndürülüyor.

Buna göre oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?

A) 36 B) 27 C) 18 D) 12 E) 9

13. **$y \le \sqrt{9 - x^2}$ ve $y \ge 0$ eşitsizliklerini sağlayan (x, y) noktalarının analitik düzlemde oluşturduğu bölgenin x ekseni etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç π br³ olur?**

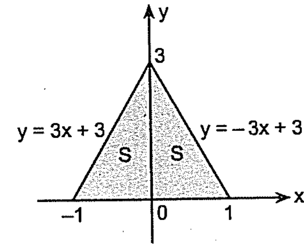
A) 9 B) 18 C) 27 D) 30 E) 32

14. **$y = \frac{1}{e^x}$ eğrisi ile x = –ln3, x = 0 ve y = 0 doğruları tarafından sınırlı bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1 C 2 D 3 E 4 A 5 D 6 C 7 E 8 B 9 D 10 A 11 A 12 E 13 B 14 D

1.

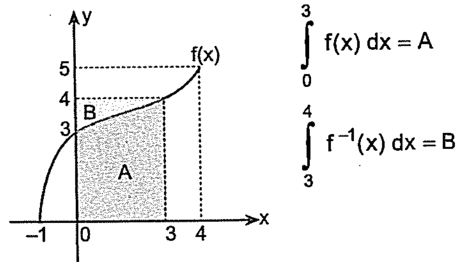


$$S = \int_{-1}^{0} (3x + 3)\,dx \quad \text{ya da}$$

$$S = \int_{0}^{1} (-3x + 3)\,dx$$

İstenen alan 2S olduğundan doğru seçenek "C" dir.

2.



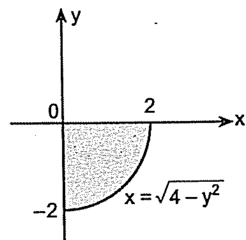
$$\int_{0}^{3} f(x)\,dx = A$$

$$\int_{3}^{4} f^{-1}(x)\,dx = B$$

olduğu için cevap $A + B = 3 \cdot 4 = 12$ bulunur.

Doğru seçenek "D" dir.

3. $\sqrt{4 - y^2} = x$ ise $x^2 + y^2 = 4$

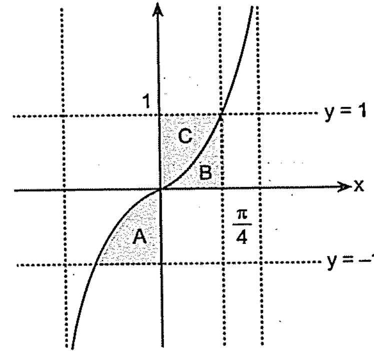


Soruda verilen integralin sonucu çeyrek dairenin alanına eşittir.

$$\frac{1}{4} \pi \cdot 2^2 = \pi$$

Doğru seçenek "E" dir.

4.

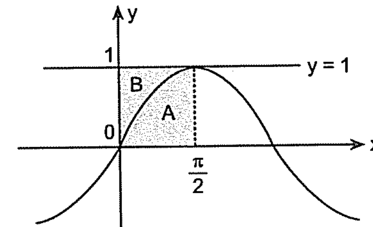


Fonksiyon tek olduğu için grafiği orijine göre simetriktir. Bu nedenle A = C olur.

$$B + C = \frac{\pi}{4} \cdot 1 = \frac{\pi}{4}\ \text{br}^2$$

Doğru seçenek "A" dır.

5.



$$A = \int_{0}^{\pi/2} \sin x\,dx = -\cos x \Big|_{0}^{\pi/2}$$

$$= \left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right)$$

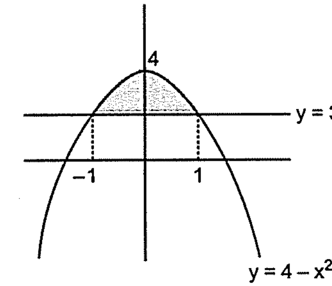
$$= 1\ \text{br}^2$$

$A + B = \frac{\pi}{2}\ \text{br}^2$ olduğu için

$B = \frac{\pi}{2} - 1\ \text{br}^2$ olur.

Doğru seçenek "D" dir.

6.



$y = 4 - x^2$ ve $y = 3$ eşitlenirse

$4 - x^2 = 3$

$x = \mp 1$ bulunur.

$$\text{Taralı Alan} = \int_{-1}^{1} [(4 - x^2) - 3]\,dx$$

$$= x - \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1}$$

$$= \frac{4}{3}\ \text{br}^2$$

Doğru seçenek "C" dir.

7. $S_1 = -\int_{a}^{0} -x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{a}^{0} = 0 - \left(\frac{a^3}{3}\right) = -\frac{a^3}{3}$

$S_1 = -\int_{0}^{2} -x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{2} = \frac{8}{3} - 0 = \frac{8}{3}$

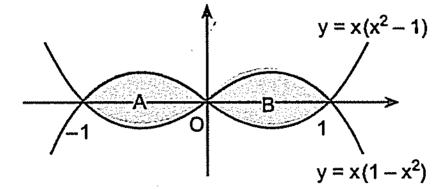
$8S_1 = S_2$ ise $8 \cdot \left(-\frac{a^3}{3}\right) = \frac{8}{3}$

$-a^3 = 1$

$a = -1$

Doğru seçenek "E" dir.

8.



fonksiyonlar eşitlenirse $x = 0$, $x = 1$, $x = -1$ bulunur. Grafik y eksenine göre simetriktir. A = B olur.

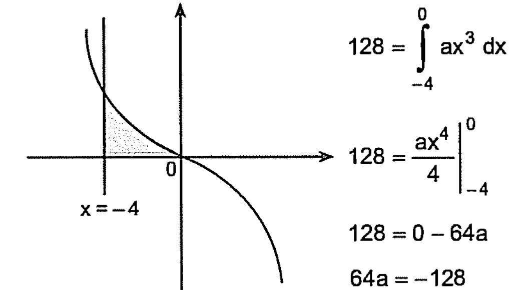
$$A + B = 2 \int_{0}^{1} [x(1 - x^2) - x(x^2 - 1)\,dx]$$

$$= 2 \int_{0}^{1} (-2x^3 + 2x)\,dx$$

$$= 1\ \text{br}^2$$

Doğru seçenek "B" dir.

9.



$$128 = \int_{-4}^{0} ax^3\,dx$$

$$128 = \frac{ax^4}{4}\Big|_{-4}^{0}$$

$128 = 0 - 64a$

$64a = -128$

$a = -2$

Doğru seçenek "D" dir.

10. $V = \pi \int_{0}^{\pi/2} (\cos x)^2\,dx = \pi \int_{0}^{\pi/2} \frac{1 + \cos 2x}{2}\,dx$

$$= \frac{\pi}{2}\left(x + \frac{\sin 2x}{2}\right)\Big|_{0}^{\pi/2}$$

$$= \frac{\pi}{2}\left(\left(\frac{\pi}{2} + 0\right) - 0\right) = \frac{\pi^2}{4}\ \text{br}^3$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot \pi\ \text{br}^3$$

Doğru seçenek "A" dır.

11. $\int_{-4}^{3} f(x)\,dx = \int_{-4}^{-2} f(x)\,dx + \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{3} f(x)\,dx$

$2 = S_1 + S_2 - S_3$

$2 = S_1 - (S_3 - S_2)$

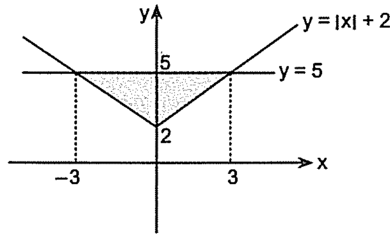
$2 = S_1 - 2$

$S_1 = 4\ br^2$

$\int_{-2}^{-4} f(x)\,dx = -\int_{-4}^{-2} f(x)\,dx = -S_1 = -4$

Doğru seçenek "A" dır.

12.



Fonksiyonlar eşitlenirse

$|x| + 2 = 5$

$|x| = 3$

$x = \mp 3$

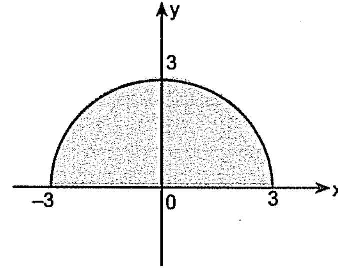
Taralı bölge y ekseni etrafında döndürüldüğünde taban yarıçapı 3 br yüksekliği 3 br olan koni oluşur.

$V_{koni} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3$

$= 9\pi$

Doğru seçenek "B" dir.

13.



Taralı bölge (yarım daire) x ekseni etrafında 180° döndürüldüğü için yarıçapı 3 br olan yarım küre oluşur.

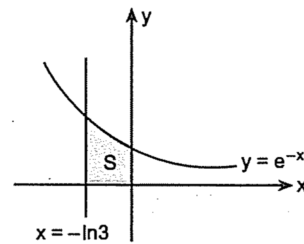
$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi 3^3$

$= 18\pi$

Doğru seçenek "B" dir.

14.



$S = \int_{-\ln 3}^{0} e^{-x}\,dx$

$= -e^{-x}\Big|_{-\ln 3}^{0}$

$= -(e^0 - e^{\ln 3})$

$= -(1 - 3)$

$= 2\ br^2$

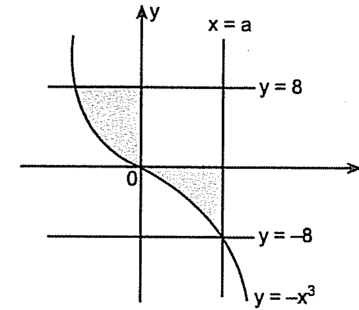
Doğru seçenek "D" dir.

karekök

1. **$x = (3 + y)^2$ parabolü ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

2.



Şekilde $y = -x^3$ eğrisi ile $y = 8$, $y = -8$, $x = a$ doğruları ve eksenler arasındaki taralı bölgelerin alanları toplamı kaç br^2 dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

3. **$y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $x = 2$ ve $y = x$ doğruları arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) $\frac{3}{2} - \ln 2$ B) $1 - \ln 2$ C) $1 + \ln 2$

D) $\frac{1}{2} + \ln 2$ E) $2 - \ln 2$

4. $\int_{-2}^{2} (\sqrt{4 - x^2} - |x| + 2)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

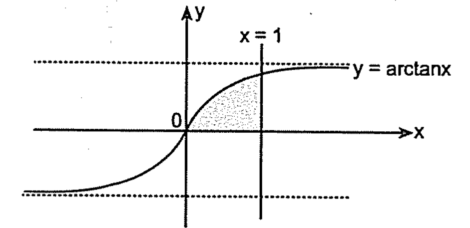
A) $2\pi - 2$ B) $2\pi + 2$ C) $4\pi - 2$

D) $2\pi + 4$ E) $4\pi + 2$

5. **$y = -3x$, $y = 3$ ve $x = 0$ doğrularının sınırladığı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 olur?**

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) π E) $\frac{3\pi}{2}$

6.



Şekildeki $y = \arctan x$ eğrisi, $x = 1$ doğrusu ve x ekseni arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2$ B) $\frac{\pi}{4} - \ln 2$ C) $\frac{\pi}{4} + \ln 2$

D) $\frac{\pi}{4} - \ln 4$ C) $\frac{\pi}{2} - \ln 4$

7. $f(x) = \begin{cases} x + 2, & -2 \le x < 0 \\ \sqrt{4 - x^2}, & 0 \le x \le 2 \end{cases}$

fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\pi - 1$ B) $\pi + 1$ C) $\pi - 2$

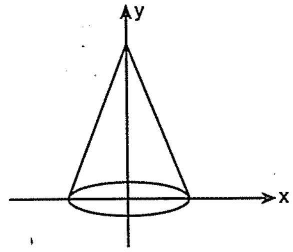
D) π E) $\pi + 2$

8. **$y = \sqrt{x}$ eğrisi, $x = 4$, $y = 4$ ve $x = 0$ doğruları ile sınırlandırılan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) $\frac{32}{3}$ B) 9 C) $\frac{20}{3}$ D) 6 E) $\frac{16}{3}$

karekök

9.



Yandaki şekilde taban yarıçapı 2 br, yüksekliği 4 br olan dik koni verilmiştir.

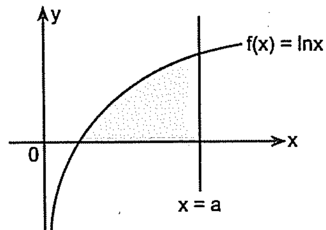
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi bu koninin hacmine eşittir?

A) $\pi\int_{-2}^{2}(2x+4)^2\,dx$ B) $\pi\int_{0}^{4}(2x+4)^2\,dx$

C) $\pi\int_{0}^{4}\left(\frac{4-y}{2}\right)^2 dy$ D) $\pi\int_{-2}^{2}\left(\frac{4-y}{2}\right)dy$

E) $\pi\int_{0}^{4}(2y+4)^2\,dy$

10.



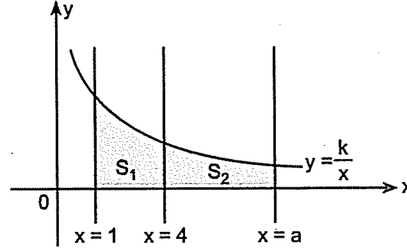
f(x) = lnx eğrisi, x = a doğrusu ve x ekseni arasındaki taralı bölgenin alanı (a + 1) br^2 olduğuna göre, f(a) değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

11. **$x = y^2$ ve $y = x^2$ parabolleri arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

12.

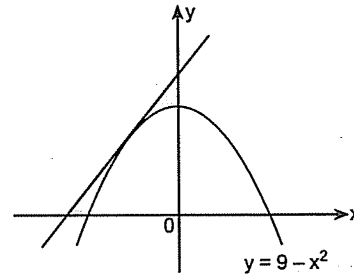


Şekilde $y=\frac{k}{x}$ eğrisi, x = 1, x = 4, x = a ve x ekseni arasında kalan taralı alanlar S_1 ve S_2 br^2 dir.

$S_1 = 2S_2$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

13.



Şekilde, $y = 9 - x^2$ parabolü ve parabole x = –1 apsisli noktadaki teğeti arasında kalan bölge gösterilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 13

14. $\{(x, y): x + y \leq 4,\ x \geq 1,\ y \geq 0\}$

bölgesinin x ekseni etrafında 360° dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

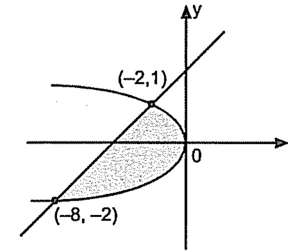
A) 3π B) 6π C) 9π D) 12π E) 15π

karekök

1	C	2	E	3	A	4	D	5	D	6	A	7	E	8	A	9	C	10	D	11	A	12	D	13	B	14	C

ÖSYS SORULARI

1.

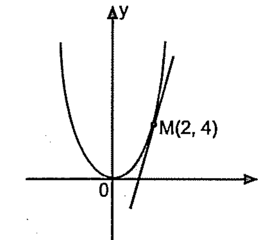


Yukarıdaki şekilde verilen parabolün denklemi $y^2 = -\frac{1}{2}x$ olduğuna göre, taranmış alanın değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 21 B) $\frac{13}{4}$ C) 9 D) 18 E) 252

(1978)

2.



$y = x^2$ parabolü, M(2, 4) noktasındaki teğeti ve Ox ekseninin sınırladığı alan kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

(1979)

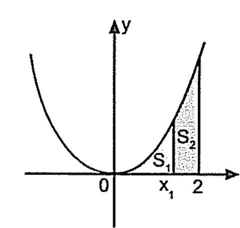
3. R den R ye a > 0 koşuluyla $f: x \to f(x) = ax^2$ fonksiyonu veriliyor.

Bu fonksiyonun grafiği ile Ox ekseni ve x = 1 doğrusu arasında kalan alan 2 birim kare olduğuna göre, a nın değeri nedir?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

(ÖYS 1981)

4.



Şekilde $y = x^2$ nin grafiği verilmiştir.

Taralı S_1 ve S_2 alanları arasında $3S_1 = S_2$ bağıntısı bulunduğuna göre, x_1 apisisi kaçtır?

A) $\sqrt[3]{2}$ B) $\sqrt[3]{3}$ C) $\sqrt[3]{4}$ D) $\sqrt[3]{6}$ E) $\sqrt[3]{8}$

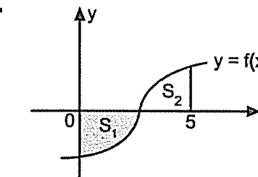
(ÖYS 1982)

5. **a > 0 koşulu ile, $y = x^3 + ax$ eğrisi, x ekseni ve x = 2 doğrusu ile sınırlı alan 8 birim kare olduğuna göre, a nın değeri nedir?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 1982)

6.



f, grafiğinin bir parçası şekilde verilen bir fonksiyondur.

$\int_{0}^{5} f(x)\,dx = -\frac{25}{3}$ ve $S_1 = \frac{32}{3}$ birim kare olduğuna göre, S_2 kaç birim karedir?

A) $\frac{7}{3}$ B) $\frac{13}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) $\frac{47}{3}$ E) $\frac{57}{3}$

(ÖYS 1984)

karekök

7. y = lnx eğrisi, x– ekseni ve x = b ve (b > 1) ile sınırlı bölgenin alanı b + 1 birim kare olduğuna göre, b kaçtır?

A) $\frac{e}{4}$ B) 2 C) e D) $\frac{e^2}{2}$ E) e^2

(ÖYS 1985)

8. Denklemleri $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ olan eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) 2 D) 3 E) 4

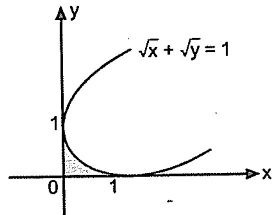
(ÖYS 1988)

9. $\int_0^{\sqrt{2}} \left(\sqrt{4-x^2} - x\right)dx$ **integralinin sonucu kaçtır?**

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{2\pi}{3}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) π

(ÖYS 1989)

10.



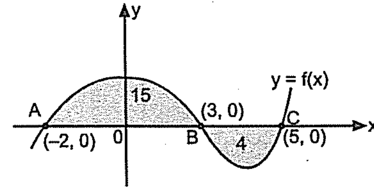
Yukarıdaki şekilde, denklemi $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ olan parabol verilmiştir.

Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

(ÖYS 1989)

11.



Yukarıdaki şekilde y = f(x) in grafiği verilmiştir.

x ekseninin, AB yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 15 birim kare, BC yayı ile sınırladığı bölgenin alanı 4 birim kare olduğuna göre,

$\int_{-2}^{5} f(x)\,dx$ **değeri kaçtır?**

A) 83 B) 67 C) 60 D) 19 E) 11

(ÖYS 1989)

12. $\{(x, y): x \geq 0 \ , \ x + y \geq 2 \ , \ 3x + y \leq 6\}$

bölgesinin y ekseni etrafında dönmesi ile oluşan cismin hacmi kaç birim küptür?

A) 16π B) $\frac{64}{3}\pi$ C) $\frac{32}{3}\pi$ D) $\frac{16}{3}\pi$ E) 4π

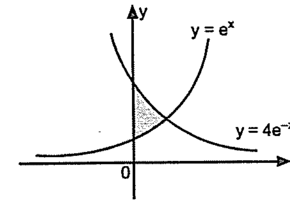
(ÖYS 1989)

13. $\int_0^4 \left[\sqrt{16-x^2} - (4-x)\right]dx$ **değeri nedir?**

A) $4(\pi - 2)$ B) $4(\pi - \sqrt{3})$ C) $3(\pi - \sqrt{2})$
D) $3\sqrt{2}(\pi - 2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi - 2)$

(ÖYS 1990)

14.



Şekilde, $y = e^x$ ve $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y ekseniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) ln2 E) ln3

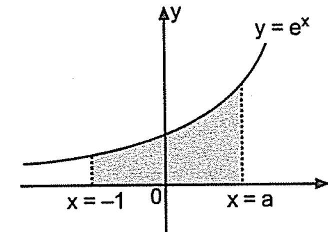
(ÖYS 1993)

15. $y^2 = 16 - x$ parabolünün koordinat sisteminin 1. bölgesindeki ($x \geq 0$, $y \geq 0$) parçası ile x = 0 ve y = 0 doğrularıyla sınırlı olan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{128}{3}$ B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{64}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 16

(ÖYS 1996)

16.



Şekildeki gibi, $y = e^x$ eğrisi ile x = –1, x = a ve y = 0 doğruları ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cisim hacmi $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})$br^3 olduğuna göre, a nın değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

(ÖYS 1996)

17. $\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} \left(\sqrt{25-x^2} - x\right) dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

(ÖYS 1997)

18. $y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, x = 3 doğrusu ve x ekseni ile sınırlı bölgenin x ekseni etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$
D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

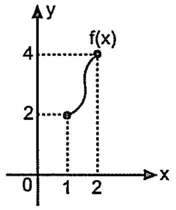
(ÖYS 1997)

19. $y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$
eğrileri ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

(ÖYS 1998)

20.



Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten f: [1, 2] → [2, 4] fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

Buna göre, $\int_1^2 f(x)dx + \int_2^4 f^{-1}(x)dx$ toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

(ÖSS 2006 II)

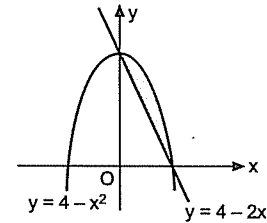
21. $x^2 = 2y$ ve $y^2 = 2x$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

(ÖSS 2007 II)

22.

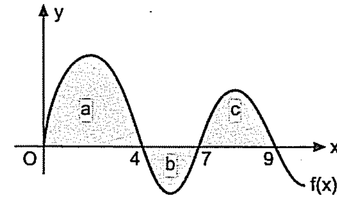


Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

(ÖSS 2009 II)

23.



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre, $\int_0^9 |f(x)|\,dx - \int_0^7 f(x)dx$ değeri kaçtır?

A) 2a + b B) 2a + c C) 2b + c D) 2c + b E) 2a + 2b + c

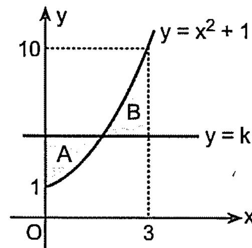
(ÖSS 2009 II)

24. $y = x^3$ eğrisi ve y = x doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

(LYS 2010)

25. Aşağıdaki grafikte, A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde y = k doğrusu verilmiştir.

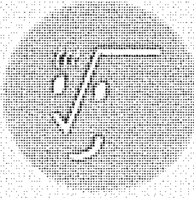


Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

(LYS 2011)

1	C	2	B	3	A	4	A	5	B	6	A	7	E	8	A	9	A	10	C	11	E	12	D	13	A
14	A	15	A	16	D	17	B	18	D	19	D	20	C	21	D	22	C	23	C	24	A	25	C



KARMA TESTLER

İNTEGRAL

KARMA TEST - 1

1. $\int 6\sin(2x+3t)dt$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-3\cos(2x+3t)+c$
B) $-2\cos(2x+3t)+c$
C) $-\cos(2x+3t)+c$
D) $2\cos(2x+3t)+c$
E) $3\cos(2x+3t)+c$

2. $\int \frac{2x}{e^{x^2}}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{-x^2}+c$ B) $e^{-2x}+c$ C) $e^{-x}+c$
D) $-e^{-2x}+c$ E) $-e^{-x^2}+c$

3. **$k>0$ olmak üzere, $y=\frac{1}{x}$ eğrisi ile $x=k$, $x=4k$ ve $y=0$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) ln2 B) 1 C) ln3 D) ln4 E) 2

4. $\int_0^4 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6. $\int_0^{\pi/4} \sec x\sqrt{1+\tan^2 x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $f(x)=\begin{cases}4x^3, & x\le 0\\ -5x^4, & x>0\end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\int_{-2}^{-1} \frac{2x^2}{|x|}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) −3 B) −2 C) 0 D) 2 E) 3

9. $\int_{0}^{\pi/8} 8\tan^2 2x\ dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $4-\pi$ B) $2-\pi$ C) 0 D) $\pi-2$ E) $\pi-4$

10. $\int_{1}^{e} \frac{x-1}{x^2}$

integralinin değeri kaçtır?

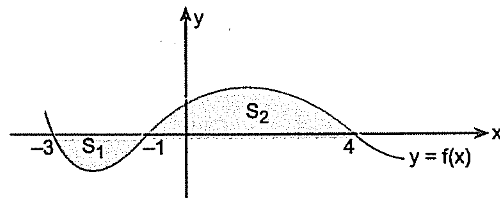
A) e^{-2} B) e^{-1} C) 1 D) e E) e^2

11. $\int_{3}^{3\sqrt{3}} \frac{3}{9+x^2}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{12}$ B) $-\frac{\pi}{24}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\pi}{12}$

12.



Grafikteki taralı alanlar S_1 ve S_2 br^2 dir.

Buna göre,

$\int_{4}^{-3} f(x)\,dx + 2\int_{-3}^{-1} f(x)\,dx$

toplamı S_1 ve S_2 cinsinden aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-S_1-S_2$ B) S_1-S_2 C) S_2-S_1 D) S_1+S_2 E) S_2-2S_1

13. $\int_{-1}^{11}\left(\frac{3x-1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

14. **$y = e^{2x}$ eğrisi, x = ln3 doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

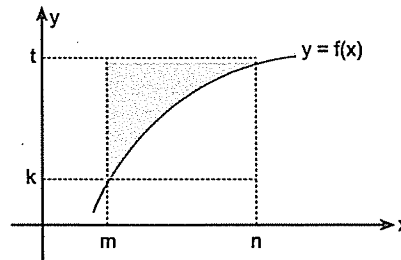
15. $\int_{2}^{4} f(x+k)dx = 10$

olduğuna göre, $\int_{2+k}^{4+k} f(x)\,dx$ **değeri kaçtır?**

A) $10-k$ B) $k-10$ C) 10 D) $5-k$ E) $k+5$

karekök

16.



Şekilde gösterilen taralı alanın değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\int_{m}^{n} f(x)\,dx$ B) $\int_{k}^{t} f(x)\,dx$ C) $\int_{m}^{n} (f(x)-k)\,dx$ D) $\int_{k}^{t} f^{-1}(y)\,dy$ E) $\int_{k}^{t} (f^{-1}(y)-m)\,dy$

1 B 2 E 3 D 4 B 5 B 6 D 7 A 8 E 9 A 10 B 11 E 12 A 13 E 14 C 15 C 16 E

1. $f(x)=\begin{cases}\sin\pi x, & x\ge 0\\ \cos\pi x, & x<0\end{cases}$

olduğuna göre, $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2. $\int_{-1}^{1}\frac{2x+1}{x^2+1}dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{4}$ C) 0 D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3. **$y=\frac{1}{x^2}$ eğrisi ile $x=\frac{1}{4}$, $x=\frac{1}{2}$ ve y = 0 doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

4. $f: R^+ \to R$

fonksiyonu artan ve türevlenebilen bir fonksiyondur.

$F(x)=\int_{0}^{x}(t+2)\,f'(t)\,dt$

fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

5. $\int_{-2}^{2} e^{\cos x}\,dx = 2k$

olduğuna göre, $\int_{0}^{2} e^{\cos x}$ **dx değeri kaçtır?**

A) –2k B) –k C) 0 D) k E) 2k

6. $\int_{a}^{b}\frac{e^{\ln\sqrt{x}}}{2x}dx = b-a$

olduğuna göre, $\sqrt{b}+\sqrt{a}$ değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

7. $\int (2ax+4)\,dx = f(x)$ ve $f'(1)=6$

olduğuna göre, $f''(x)$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\int_{0}^{\sqrt{3}} 12x\sqrt{1+x^2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 16 B) 20 C) 24 D) 28 E) 32

9. $y = 5x^4$ eğrisi ile $y = 3x^2 + 2$ parabolü arasındaki kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 16

10. $\int_{-3}^{3} (4x^3 + m)\,dx = 36$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 0 D) 3 E) 6

11. $y = \sqrt{\cos x}$ eğrisi, $x = \frac{\pi}{6}$ doğrusu ve eksenler arasındaki bölge x ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

12. $\int_{1}^{2} \frac{x+2}{x^2+4x+2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\sqrt{2}$ B) ln2 C) ln4 D) $5\ln\sqrt{2}$ E) ln8

13. $y = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ eğrisi, x = 1 doğrusu ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. $\int_{-1}^{1} \frac{4-x^2}{x-2}$

integralinin değeri kaçtır?

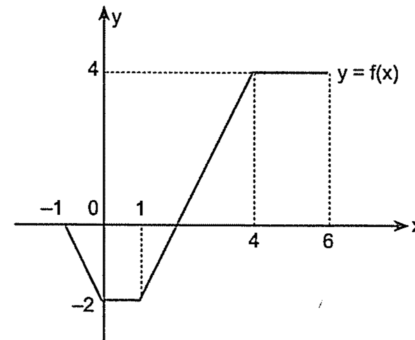
A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

15. $\int 8\cot 4x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2ln|cosx| + c B) –2ln|sinx| + c C) ln|sin4x| + c D) 2ln|cos4x| + c E) 2ln|sin4x| + c

16.



Grafik, parçalı doğrusal fonksiyon f(x) e aittir.

Buna göre, $\int_{-1}^{6} f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

karekök

1 B 2 E 3 B 4 A 5 D 6 A 7 C 8 D 9 D 10 E 11 C 12 A 13 C 14 A 15 E 16 D

1. $\int_{1}^{e} \frac{6\ln^2 x}{x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int_{m}^{n} f(x)\,dx = 4m - 4n$

olduğuna göre, $\int_{n}^{m} (f(x) + 4)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –8m B) –8n C) 0 D) 8m – 8n E) 8m + 8n

3. $\int_{-a}^{a} (5x^3 + m)\,dx = 20m$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

4. y = secx eğrisi ile x = 0, y = 0 ve $x = \frac{\pi}{4}$ doğruları arasında kalan bölge x ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 tür?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

5. $\frac{d}{dx} \int_{0}^{\sin x} 4t^2\sqrt{1-t^2}\,dt$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos^2 2x$ B) cos2x C) $\sin^2 2x$ D) sin2x E) 1

6. $f(1) - g(1) = 2$
$f'(x) - g'(x) = 4$
olduğuna göre, f(2) – g(2) değeri kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

7. $\int_{0}^{\sqrt[4]{8}} \frac{2x^3}{\sqrt{1+x^4}}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 4 C) 2 D) 1 E) 0

8. $\int \ln x \cdot f'(x)\,dx = f(x)\cdot \ln x + e^{2x}$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-2x\cdot e^{2x}$ B) $-x\cdot e^{2x}$ C) $-2x + e^{2x}$ D) $x\cdot e^{2x}$ E) $2x\cdot e^{2x}$

karekök

9. $y = x^3 + 1$ **eğrisi ile** $y = x + 1$ **doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç** br^2 **dir?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

10. $\int_1^4 \sqrt{x} \cos\sqrt{x}\, dx$

integralinde $\sqrt{x} = u$ **dönüşümü yapılırsa eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?**

A) $\int_2^1 u \cos u\, du$ B) $\int_1^4 u \cos u\, du$

C) $\int_1^2 u^2 \cos u\, du$ D) $\int_1^4 2u^2 \cos u\, du$

E) $\int_1^2 2u^2 \cos u\, du$

11. $y = \sqrt{2x}$ ve $y = -\sqrt{2x}$ eğrileri ile $y = 2$ doğrusu arasında kalan bölge x ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π **br**^{3} **olur?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

12. $\int_2^4 \frac{(x-1)(x+2)^2}{x^2 + x - 2} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 14 E) 18

13. $y = x + 3$ **doğrusu ve eksenler arasında kalan kapalı bölge y ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç** π **br**^{3} **olur?**

A) 9 B) 12 C) 18 D) 24 E) 27

14. Aşağıdaki integrallerden hangisinin değeri <u>en fazladır</u>?

A) $\int_3^5 x^{3/2} dx$ B) $\int_3^5 x^{4/3} dx$

C) $\int_3^5 x^{5/4} dx$ D) $\int_3^5 x^{5/3} dx$

E) $\int_3^5 x^{7/4} dx$

15. $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{16 - x^2}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

16. $\int \frac{1}{x(x-1)} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + c$ B) $\ln\left|\frac{x}{x-1}\right| + c$

C) $\ln|x(x-1)| + c$ D) $2\ln|x(x-1)| + c$

E) $2\ln\left|\frac{x-1}{x}\right| + c$

1 B 2 C 3 B 4 B 5 C 6 C 7 C 8 A 9 B 10 E 11 E 12 C 13 A 14 E 15 A 16 A

1. $\int_1^0 \frac{x^2 - 1}{2\sqrt{x}(x+1)} dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

2. $y = \sqrt{\sin x}$ eğrisi ile $y = 0$ ve $x = \frac{\pi}{2}$ doğruları tarafından sınırlı bölge x ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π **br**^{3} **olur?**

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3. $\int_{-\pi/2}^{\pi/4} \sin|2x|\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

4. $\int_0^{\ln 2} e^{e^x + x} dx = e^t(e - 1)$

olduğuna göre, t kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = \frac{x+1}{x-1}$ **eğrisi ile eksenler arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç** br^2 **dir?**

A) $-1 + \ln 4$ B) $-1 + \ln 5$ C) $1 - \ln 2$

D) $1 + \ln 2$ E) $1 + \ln 4$

6. $\sqrt{x} = t$ **dönüşümü yapıldığında** $\int_0^9 \sin(\sqrt{x})\, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\int_0^3 t \sin t\, dt$ B) $\int_0^9 t \sin t\, dt$

C) $\int_0^3 2t \sin t\, dt$ D) $\int_0^9 2t \sin t\, dt$

E) $\int_0^3 2t^2 \sin t\, dt$

7. $\lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \int_2^{2+h} \sqrt{x^3 + 1}\, dx$

değeri kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $f(x) = ax^2 + bx + c$ ve $\int_0^a f''(x)\, dx = 8$

olduğuna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) −4 B) −1 C) 2 D) 5 E) 8

9. $\int_0^{1/3} 18x \cdot e^{3x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

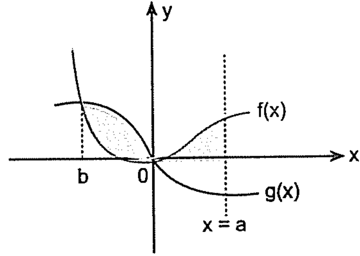
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

10. $\int_1^3 \sqrt{-x^2+4x-3}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) π

11.



Grafikte gösterilen taralı bölgenin alanının değerine aşağıdakilerden hangisi eşittir?

A) $\int_b^a (f(x)-g(x))\,dx$

B) $\int_b^a (g(x)-f(x))\,dx$

C) $\int_b^a f(x)\,dx - \int_0^a g(x)\,dx$

D) $\int_b^a g(x)\,dx - \int_0^a f(x)\,dx$

E) $\int_b^0 (g(x)-f(x))\,dx + \int_0^a f(x)\,dx$

12. $\frac{d}{dx}\int d(e^{4x}+1)$

integralinin değeri kaçtır?

A) $e^{4x}+1$ B) $4e^{4x}$ C) $4e^{4x}+1$ D) $4e^{x}$ E) e^{4x}

13. $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

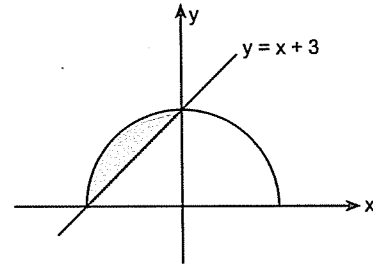
A) $-2\cos\sqrt{x}+c$ B) $-2\sin\sqrt{x}+c$
C) $\sin\sqrt{x}+c$ D) $2\sin\sqrt{x}+c$
E) $2\cos\sqrt{x}+c$

14. $\int \left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 dx = f(x)+\frac{x^2}{2}-2x$

olduğuna göre, f(x) aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) $-\ln|x|$ B) $\ln|x|$ C) $-\frac{1}{x}$ D) $\frac{1}{x}$ E) $x\ln|x|$

15.



Şekildeki yarım çember ile y = x + 3 doğrusu arasında kalan taralı bölge y ekseni etrafında 360° döndürülüyor.

Buna göre, oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 27

16. $y = 2x\cdot\sin x^2$ eğrisi ile $x=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$, $x=\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) 1 E) 2

karekök

1 D 2 A 3 D 4 B 5 A 6 C 7 D 8 C 9 C 10 C 11 E 12 B 13 D 14 B 15 B 16 B

1. f(x) fonksiyonunun grafiğine x = 0 ve x = 1 de çizilen teğetlerin eğim açıları sırasıyla 45° ve 60° dir.

Buna göre,

$\int_0^1 2f'(x)\,f''(x)\,dx$

integralinin değeri kaça eşittir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int (4xt+3x^2)\,dt$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2xt^2+x^3+c$ B) $2x^2t+3x^3t+c$
C) $2x^2t+x^3+c$ D) $2xt^2+3x^2t+c$
E) $4xt^2+3x^2t+c$

3. k > 0 olduğuna göre,

$\int_0^k (4x-3x^2)\,dx$

integralinin en büyük değeri için k kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

4. $x = 3-y^2$ parabolü ile x = 2y doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{16}{3}$ B) 6 C) $\frac{20}{3}$ D) 8 E) $\frac{32}{3}$

5. $\int \cos 2x\cdot\cos x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin x-\frac{2}{3}\sin^3x+c$ B) $\sin x+\frac{2}{3}\sin^3x+c$
C) $\sin x-\frac{2}{3}\cos^3x+c$ D) $\sin x+\frac{2}{3}\cos^3x+c$
E) $\cos x-\frac{2}{3}\sin^3x+c$

6. $f''(x) = 12x+8$
$f'(0) = -6$
$f(0) = 1$

olduğuna göre, f(1) değeri kaça eşittir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

7. $\int_2^1 f(x)\,dx = 6$ ve $\int_2^3 f(x)\,dx = 8$

olduğuna göre, $\int_3^1 f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

8. $\int (x-2)f(x)\,dx = 3x^4-2x^3-18x^2$

olduğuna göre, f(2) kaçtır?

A) 72 B) 76 C) 80 D) 84 E) 88

karekök

9. $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{2x}{(1+x^2)^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{12}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) 1 D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{12}$

10. $f(x)=\frac{1}{x}$ **olduğuna göre,**

$\displaystyle\int_{1}^{2} 2x\,f'(x^2)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) $-\frac{3}{4}$ C) 0 D) $\frac{3}{4}$ E) 1

11. **$x = y^2 - 9$ parabolünün analitik düzlemin 2. bölgesindeki parçası ile eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç birim karedir?**

A) 15 B) 18 C) 21 D) 24 E) 27

12. $\displaystyle\int_{7}^{0} x\cdot\sqrt[3]{x+1}\,dx$

integralinde $x + 1 = t^3$ dönüşümü yapıldığında aşağıdakilerden hangisine eşit olur?

A) $\displaystyle\int_{0}^{3} (t^3-1)t\,dt$ B) $\displaystyle\int_{2}^{0} (t^3-1)t\,dt$

C) $\displaystyle\int_{2}^{0} (t^6-t^3)\,dt$ D) $\displaystyle\int_{1}^{2} 3(t^3-t^6)\,dt$

E) $\displaystyle\int_{0}^{2} 3(t^6-t^3)\,dt$

karekök

13. $f:\left[-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]\to R$

olmak üzere $f(x) = |\cos x|$ fonksiyonunun grafiği ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. **$y=\sqrt{2}\,e^x$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = -\ln 2$ doğruları arasındaki bölge x ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

15. $f(x)=(x^2+1)\displaystyle\int_{1}^{x} \cos^3 t\,dt$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

16. $x = y^2 + 1$ parabolü ile $x = 2$ doğrusu arasında kalan bölge x ekseni etrafında 180° döndürülüyor.

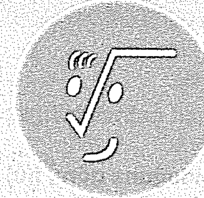
Oluşan cismin hacmine eşit olan integral aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\pi\displaystyle\int_{1}^{2} (x-1)dx$ B) $\pi\displaystyle\int_{1}^{2} (x-1)^2\,dx$

C) $\frac{\pi}{2}\displaystyle\int_{1}^{2} (x-1)dx$ D) $\frac{\pi}{2}\displaystyle\int_{1}^{2} (x-1)^2\,dx$

E) $2\pi\displaystyle\int_{1}^{2} (x-1)dx$

1 B 2 D 3 D 4 E 5 A 6 D 7 A 8 D 9 E 10 B 11 B 12 D 13 D 14 C 15 C 16 A



İDEAL SINAV

İNTEGRAL

Adı:
Soyadı:

Tarih: / /

A KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 20 dk.

1. $f(x)=\int (4x^3-6x^2+4x)dx$ ve $f(1)=4$ olduğuna göre, f(0) değeri kaçtır?

2. $\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx$ integralinin eşitini bulunuz.

3. $f(x)=\begin{cases}\cos 2x, & x<0\\ \sin 2x, & x\geq 0\end{cases}$ fonksiyonu veriliyor. Buna göre, $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx$ değeri kaçtır?

4. $\int_{\text{ğ}/4}^{\text{ğ}/6} \frac{d(\tan x)}{\tan^2 x}$ integralinin değeri kaçtır?

5. $y=3x^2$ parabolü, $x=a$ $(a>0)$ doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı 8 br^2 olduğuna göre, a kaçtır?

B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $\int \frac{x+1}{x^2}dx$ integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x|-\frac{1}{x}+c$
B) $\ln|x|+\frac{1}{x}+c$
C) $2\ln|x|-\frac{1}{x}+c$
D) $2\ln|x|+\frac{1}{x}+c$
E) $\ln|x|-\frac{2}{x}+c$

2. $\int (x+1)\cdot f(x)\,dx=3x^4+4x^3+6x^2+12x-4$ olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

3. $\int_{1/2}^{e/2} \ln 2x\,dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

4. $\int_{1}^{4} \sqrt{x}\cdot\ln\sqrt{x}\,dx$ integralinde $t=\sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{1}^{4} t\cdot\ln t\,dt$
B) $\int_{1}^{2} t\cdot\ln t\,dt$
C) $\int_{1}^{2} 2t^2\cdot\ln t\,dt$
D) $\int_{1}^{4} 2t^2\cdot\ln t\,dt$
E) $\int_{1}^{2} 2t\cdot\ln t\,dt$

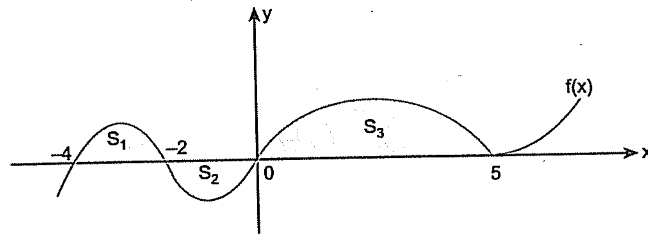
5. $2y=1-x^2$ parabolü ile x ekseni arasında kalan bölge y ekseni etrafında 180° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç π br^3 olur?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. f(x) fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, aşağıdaki integrallerin eşitini taralı bölgelerin değerleri S_1, S_2 ve S_3 cinsinden yazınız.

a) $\int_{-4}^{-2} f(x)\,dx =$ ....

b) $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx =$ ....

c) $\int_{5}^{0} f(x)\,dx =$ ....

d) $\int_{-2}^{5} f(x)\,dx =$ ....

e) $\int_{0}^{-4} f(x)\,dx =$ ....

f) $\int_{-4}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{-2} f(x)\,dx =$ ....

2. **Aşağıda verilen integral ve türevlerin eşitini yazınız.**

a) $\int dx =$ ....

b) $\int dt =$ ....

c) $\int df(x) =$ ....

d) $\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx =$ ....

e) $\frac{d}{dx}\int_{a}^{b} f(x)\,dx =$ ....

f) $\int_{a}^{a} f(x)\,dx =$ ....

g) $\frac{d}{dx}\int_{a}^{x} f(t)\,dt =$ ....

h) $\int_{-2}^{2} \sqrt{4-x^2}\,dx =$ ....

i) $\int_{0}^{4} \sqrt{16-y^2}\,dy =$ ....

j) $d\int d(\sin x) =$ ....

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Önerilen süre: 12 dk.

Aşağıdaki integrallerin değerini karşılarındaki kutulardan bulup eşleştiriniz.

1. $\int_{2}^{3} \frac{2}{x(x-1)}\,dx$

2. $\int_{0}^{2\pi} |\cos x|\,dx$

3. $\int_{0}^{1/2} \frac{2\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

4. $\int_{\pi/4}^{\pi/2} 2\sin^2 4x\,dx$

a) $\frac{\pi^2}{36}$

b) $\ln 4$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) 4

E "DOĞRU" veya "YANLIŞ" TESTİ

Önerilen süre: 3 dk.

Aşağıda verilen önermelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. Bir fonksiyonun türevinin integrali daima kendisine eşittir.		
2. f(x) fonksiyonu, (a, b) aralığının bazı noktalarında türevli değilse $\int_{a}^{b} f(x)\,dx$ integralinin değeri bulunamaz.		
3. Mutlak değer fonksiyonunun belirli integrali hesaplanırken mutlak değeri 0 yapan değerlere dikkat edilmelidir.		
4. f(x) fonksiyonu tek fonksiyon ise $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$ olur.		

A) Açık uçlu soruların cevapları

1. $f(x)=\int (4x^3-6x^2+4x)\,dx$

$=x^4-2x^3+2x^2+c$

$f(1)=1-2+2+c=4$ ise $c=3$ bulunur.

$f(x)=x^4-2x^3+2x^2+3$ olduğundan $f(0)=3$

2. $1+\sin^2 x=u$

$2\sin x\cos x\,dx=du$

$\sin 2x\,dx=du$

$\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}dx \int \frac{du}{u}=\ln|u|+c$

$=\ln(1+\sin^2 x)+c$

3. f(x) fonksiyonunun kritik değeri x = 0 olduğu için integralin sınırlarını bu değere göre düzenleyelim.

$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx=\int_{-\pi}^{0}\cos 2x\,dx+\int_{0}^{\pi}\sin 2x\,dx$

$=\frac{\sin 2x}{2}\Big|_{-\pi}^{0}+\left(-\frac{\cos 2x}{2}\right)\Big|_{0}^{\pi}$

$=\frac{1}{2}(\sin 0-\sin(-2\pi))-\frac{1}{2}(\cos 2\pi-\cos 0)$

$=\frac{1}{2}(0-0)-\frac{1}{2}(1-1)=0$

4. $u=\tan x$

$du=d(\tan x)$

$\int_{\pi/4}^{\pi/6}\frac{d(\tan x)}{\tan^2 x}=\int_{u_1}^{u_2}\frac{du}{u^2}=-\frac{1}{u}\Big|_{u_1}^{u_2}$

$=-\frac{1}{\tan x}\Big|_{\pi/4}^{\pi/6}$

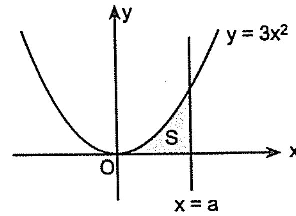
$=-\cot x\Big|_{\pi/4}^{\pi/6}$

$=-\left(\cot\frac{\pi}{6}-\cot\frac{\pi}{4}\right)$

$=-(\sqrt{3}-1)$

$=1-\sqrt{3}$

5.



Soruda belirtilen taralı alan S = 8 br² dir.

$S=\int_0^a 3x^2\,dx=8$

$x^3\Big|_0^a=8$

$a^3-0^3=8 \Rightarrow a^3=8 \Rightarrow a=2$ bulunur.

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. A 2. D 3. E 4. C 5. A

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. a) S_1 b) $-S_2$ c) $-S_3$ d) S_3-S_2 e) S_2-S_1 f) S_1

2. a) x + c b) t + c c) f(x) + c d) f(x) e) 0 f) 0 g) f(x) h) 2π i) 4π j) cosx dx

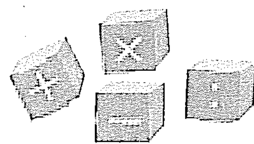
D) Doğru cevap ile eşleştirme

1 - b
2 - d
3 - a
4 - c

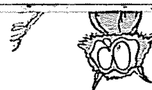
E) "Doğru" veya "Yanlış" testi cevapları

	Doğru	Yanlış
1)		✓
2)		✓
3)	✓	
4)	✓	

karekök



Formülleri Hatırlayalım



$$\int u^n\,du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

$$\int \cos u\,du = \sin u + c$$

$$\int \sin u\,du = -\cos u + c$$

$$\int (1+\tan^2 u)\,du = \tan u + c$$

$$\int (1+\cot^2 u)\,du = -\cot u + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\,du = \arcsin u + c$$

$$\int \frac{1}{1+u^2}\,du = \arctan u + c$$

$$\int a^u\,du = \frac{a^u}{\ln a} + c$$

$$\int \frac{1}{u}\,du = \ln|u| + c$$

$$\frac{d}{dx}\int f(x)\,dx = f(x)$$

Kuşbakışı

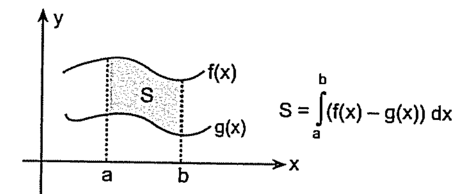
$$\frac{d}{dx}\int_{u(x)}^{v(x)} f(t)\,dt = v'(x)\,f(v(x)) - u'(x)\,f(u(x))$$

$$\int d f(x) = f(x) + c$$

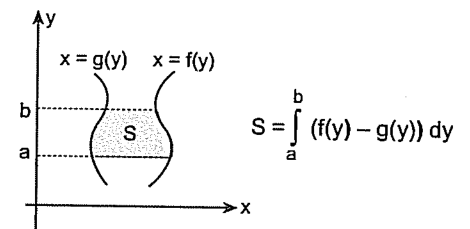
$$\int u\,dv = u\cdot v - \int v\,du$$

$$\int_a^b f(x)\,dx + \int_b^c f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx$$

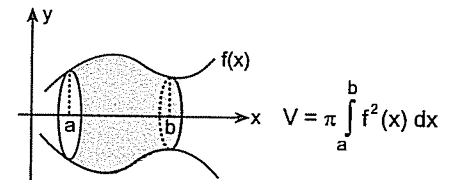
$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$



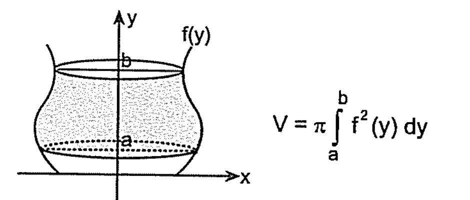
$$S = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$



$$S = \int_a^b (f(y) - g(y))\,dy$$



$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,dx$$



$$V = \pi \int_a^b f^2(y)\,dy$$